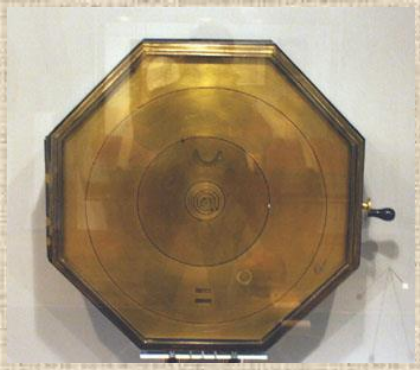
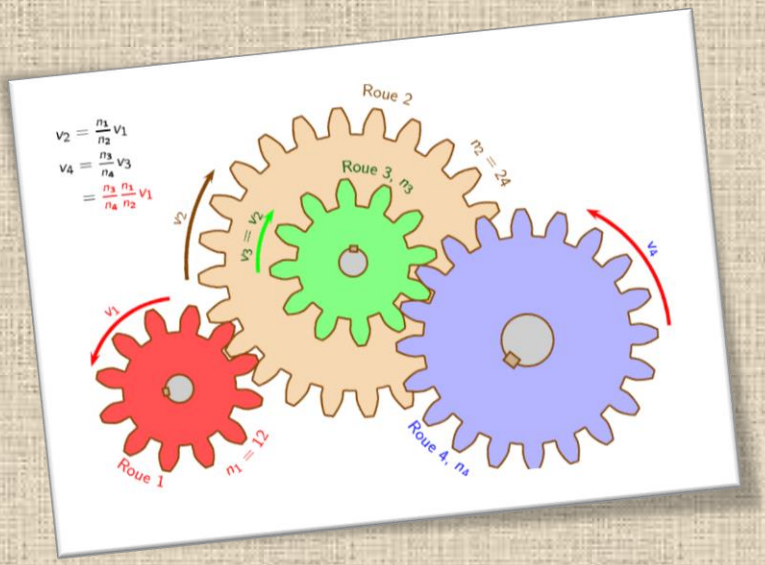
D’Anticythère à tan(n)/n
Par
Tarek GARICI
Faculté de Mathématiques, USTHB



La machine d'Anticythère, découverte en 1901 et datée de 87 av. J-C, est considérée comme le premier calculateur analogique permettant de calculer des positions astronomiques. C'est un mécanisme de bronze comprenant des dizaines de roues dentées, solidaires et disposées sur plusieurs plans. Cette machine était probablement utilisée pour prédire les éclipses de la lune et du soleil.

Bien que Mercure, Vénus, Mars, Jupiter et Saturne étaient bien connues depuis l’antiquité, il a fallu attendre la fin du 17e siècle, pour que Christian Huygens réussisse à construire le premier automate planétaire complet. Tous ceux qui avaient entrepris cette construction avant lui ont été confrontés à une difficulté liée au rapport de la durée d'une année terrestre et de celle de Saturne. Le rapport est égal à 77708431/2640858. Combien faut-il alors de dents sur les deux engrenages supportant respectivement la Terre et Saturne ? Huygens a su très vite que les fractions continues offrent la meilleure solution.



Les fractions continues sont un outil puissant utilisé pour représenter les nombres réels sous forme de fractions particulières.

$$\tau = \frac{77\,708\,431}{2\,640\,858} = 29 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{\cfrac{336029}{57731}}}}}$$

Dans cet exposé, nous allons explorer les concepts clés liés aux fractions continues et leurs applications. Nous commencerons par une introduction aux fractions continues et expliquerons leur interprétation géométrique. Ensuite, nous étudierons les propriétés des fractions continues et leur relation avec les nombres réels. Nous montrerons comment les fractions continues peuvent représenter des nombres irrationnels tels que la racine carrée de 2 ou le nombre d'or. Nous aborderons également la convergence des fractions continues et comment elles peuvent être utilisées pour approximer des nombres réels avec une grande précision. Ensuite, nous explorerons quelques applications des fractions continues dans le calcul d’engrenage et dans l’étude de la convergence de la suite tan(n)/n.