Chapitre I : La théorie de la production

Introduction : Présentation de quelques concepts de base liés à la théorie de la production

- La production : est une activité économique socialement organisée consistant à crée des biens et des services s'échangeant habituellement sur un marché ou obtenus à partir des facteurs de production (main d'œuvre, machines, la terre...) s'échangeant sur le marché.

Autrement dit, c'est l'opération ou le processus permettant de transformer les inputs (facteurs de production) en outputs (biens ou services) capable de satisfaire les besoins des consommateurs.

- Les facteurs de production ou inputs : ensemble des éléments qui sont combinés durant l'activité économique pour produire des biens et des services (travail et capital).

Sur un laps du temps donné, on distingue deux catégories de facteurs de production :

- Les facteurs de production fixes : ce sont les facteurs dont la quantité ne peut être augmentée dans un délai très bref pour permettre une augmentation presque immédiate de la production tels que : les bâtiments, les machines, la terre...
- Les facteurs de production variables : sont ceux dont la quantité peut être augmentée presque instantanément pour permettre une augmentation presque immédiate de la production tels que : les matières premières, la main d'œuvre.

- La production à court terme : c'est celle pendant laquelle l'emploi de certains facteurs tels que la main d'œuvre et les matières premières peuvent être augmentés ou diminués. Tandis que la quantité de certains autres facteurs tels que les machines, les équipements sont fixes.

- La production à long terme : elle est définie comme celle qui est suffisamment longue pour que tous les facteurs soient modifiables (tous les facteurs sont variables).

Section (01) : La fonction de la production à court terme

1.1/ Définition et hypothèse de base de la fonction de production :

1.1.1/ Définition de la fonction de production :

C'est une relation fonctionnelle par unité de temps entre les inputs et les outputs. C'est-à-dire entre les quantités de facteurs de production utilisés et le volume de la production obtenu. Cette fonction peut être représentée par un tableau, un graphe ou par une expression algébrique.

La fonction de production décrit la relation entre la quantité produite d'un bien et les quantités des différents facteurs nécessaires à sa fabrication. D'une manière générale elle s'écrit comme suite : $X= F(K, L)$.

A court terme, on maintien le facteur K (capital) comme étant fixe et on considère le facteur L (travail) comme étant variable. Dans ce cas-là, la fonction de production à court terme s'écrit : $X= F(L)$

Lorsque l'entreprise combine des facteurs de production pour élaborer un produit, elle définit un plan de production. Ce plan consistera à déterminée la quantité d'output à produire et la quantité utilisée d'un facteur de production.

Un plan de production est dit efficace s'il est impossible de produire plus d'output avec les mêmes quantités d'inputs ou autant d'output avec des quantités moindres d'inputs.

1.1.2/ Hypothèse de base de la fonction de production :

Plusieurs hypothèses simplificatrices sont faites sur le processus étudié :

- On suppose qu'il n'y a pas de production jointe, c'est-à-dire que le processus de production ne permet de produire qu'un seul bien ;
- On suppose que seulement deux facteurs sont utilisés (le travail et le capital) ;
- Pour des raisons économiques, cette fonction n'a de sens que pour des valeurs positives des inputs et des outputs ;
- L'output et l'input sont parfaitement divisibles ;
- La meilleure technologie de la période est utilisée ;
- Il existe un certain degré de substitution entre les inputs.

1.2/ Les productivités :

1.2.1/ Définitions :

La productivité est définie comme le rapport, en volume, entre la production et les ressources mises en œuvre. Elle mesure l'efficacité avec laquelle une économie ou une entreprise utilise les ressources dont elle dispose pour fabriquer des biens ou offrir des services.

Les productivités permettent de préciser la relation qui existe entre le niveau d'output et le niveau de l'utilisation de l'un des inputs. On peut distinguer3 types de productivités, à partir de la fonction de la production d'une entreprise :

- La productivité totale (PT) : est la quantité produite d'un bien qui résulte de la combinaison d'une quantité variable du facteur travail avec une quantité fixe du facteur capital.
  Elle décrit l'évolution de la production en fonction de l'utilisation du facteur variable L. Elle s'écrit : $PT= F(L, K)$ ou bien $PT= F(L)$.

- La productivité moyenne (PM) : qui mesure l'efficacité du facteur travail, c'est la quantité d'output produite par unité de facteur travail utilisée. Elle décrit l'évolution de la contribution moyenne du facteur variable L à la production.

  Elle est le rapport du produit total à sa quantité utilisée. $PM= \frac{PT}{L}$ (L est le nombre d'unités utilisées).

- La productivité marginale (Pm) : qui exprime la variation du produit total qui résulte de la variation d'une unité du travail utilisée. Elle représente le supplément de production découlant de l'utilisation d'une unité supplémentaire du facteur travail. $Pm= \frac{\Delta PT}{\Delta L}$;

1.2.2/ La loi de la productivité marginale décroissante

Dans la plupart des processus de production, on observe qu'à partir d'un certain niveau d'utilisation d'un input, des augmentations successives de cet input ont des impacts de plus en plus faibles en termes d'accroissement de la production. Cette constatation empirique initialement faite par Turgot au 19ème siècle, qui a pris le nom de « la productivité marginale décroissante ». Elle peut s'annoncer de la manière suivante :

« Lorsqu'on augmente l'utilisation d'un input (les quantités utilisées de tous les autres inputs étant constants), il existe un niveau d'utilisation de l'input à partir duquel la productivité marginale de cet input diminue. »

Exemple : Prenons le cas d'une entreprise dont le volume du capital serait considéré comme fixe (par exemple un nombre donné de machines). Si le facteur variable (travail) est très peu abondant, les installations (machines) seront imparfaitement utilisées, dès lors tout accroissement du nombre de travailleurs améliorera cette utilisation, et la productivité marginale s'accroîtra. Ceci se poursuivra jusqu'à un certain stade, pour lequel la combinaison entre facteur fixe et facteur variable sera techniquement la mieux adaptée. Au-delà, l'adjonction de nouvelles unités du facteur variable commence à surcharger les installations.

Section 2 : la fonction de production à 02 variables (en longue période)

On considère maintenant le cas où l'entreprise dispose de deux facteurs de production variables ; le travail et le capital. Comme tous les facteurs sont variables, on est dans le long terme et la fonction de production prend la forme $X=F(L, K)$.

2-1-les rendements d'échelle ou de dimension

La question qui se pose est : à quel rythme la production augment-t-elle si tous les facteurs de production augmentent dans les mêmes proportions ?

La production va-t-elle augmenter proportionnellement, plus que proportionnellement ou moins que proportionnellement ?

La réponse à cette question sera liée à la nature des rendements d'échelle qui étudie la variation de l'output (la production) lorsqu'on fait varier tous les inputs (les facteurs de production) dans la même proportion.

Nous pouvons distinguer trois types de rendement d'échelle :

- Les rendements d'échelle constants
- Les rendements d'échelle croissants
- Les rendements d'échelle décroissants

2-1-1-les rendements d'échelle constants :

Signifie que si on augmente tous les facteurs de production dans une même proportion, la production augmentera exactement de la même proportion. Par exemple, si les unités de travail et de capital utilisées par période de temps augmentent de 10%, la production augmentera de 10%.

2-1-2-les rendements d'échelle croissants :

Si on augmente tous les facteurs dans une proportion donnée, la production augmentera dans une proportion plus grande. Si l'on augmente les facteurs de production de 10%, la production augmentera de plus de 10%.

2-1-3-les rendements d'échelle décroissants :

Si on augmente tous les facteurs dans une proportion donnée, la production augmentera dans une proportion moindre. Si l'on augmente les facteurs de 10%, la production augmentera de moins de 10%.

La nature des rendements d'échelle peut être déterminée mathématiquement en étudiant l'homogénéité de la fonction production.

Définition de l'homogénéité d'une fonction :

On dit qu'une fonction à deux variables $X=F(X, Y)$ est homogène de degré k si en multipliant les variables indépendantes par une constante a, la fonction est multipliée par a^k c'est-à-dire :

Si $F(aK, aL)= a^k F(K,L)= a^k X$, on dit que cette fonction est homogène de degré k.

- ✓ Si k=1, les rendements d'échelle sont constants
- ✓ Si k > 1, les rendements d'échelle sont croissants
- ✓ Si k <1, les rendements d'échelle sont décroissants

Exemple :

Soit une fonction de production définie par $F(K, L)=K^2 . L^3$

Pour déterminer le degré d'homogénéité de cette fonction, on évalue le produit obtenu si les deux facteurs varient dans la même proportion a .

$$F(aK, aL)=(aK)^2 (aL)^3 = a^2 K^2 . a^3 L^3$$

$$= a^5 K^2 . L^3$$

$$= a^5 F(k, L).$$ La fonction est homogène de degré 5

K=5 : les rendements d'échelle sont croissants car k>1

2-2-les isoquants (iso-produit)

On suppose que l'output (le produit) soit obtenu par la combinaison de deux inputs (travail et capital), on peut envisager l'existence d'une certaine substituabilité entre ces inputs (l'une des hypothèses de la fonction de production à court terme). Cette substituabilité entre les inputs peut être représentée par la courbe d'isoquant ou d'iso produit.

2-2-1- Définition : on appelle isoquant (ou courbe d'iso produit), la représentation graphique de l'ensemble des combinaisons efficaces de facteurs de production permettant d'obtenir un niveau donné d'output.

En d'autre terme l'isoquant indique les combinaisons des quantités du facteur travail et capital avec lesquelles une entreprise peut produire une quantité constante d'un bien donné (qui procure la même quantité d'output).

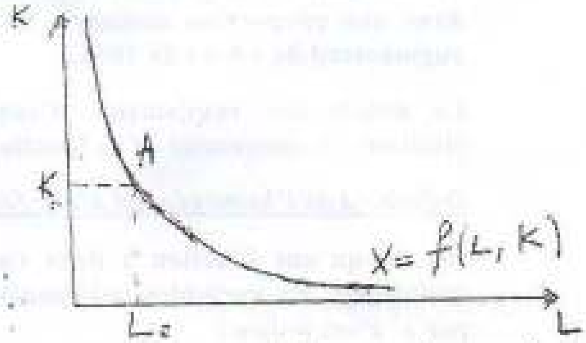
Remarque : la courbe de l'isoquant joue, par rapport à la fonction de production, le même rôle que les courbes d'indifférence par rapport à une fonction d'utilité.

2-2-2-Représentation graphique d'une combinaison des 02 inputs variables L, K

On considère une combinaison quelconque (L_0 , k_0) est représentée par un point « A ».

Cette combinaison correspond à un niveau d'output X indiqué par la fonction de production X= F(L, K) qui est mesurable en unité physique.

Où la quantité utilisée de K indiquée en ordonnée et la quantité utilisée de L est indiquée en abscisses.



Remarque :

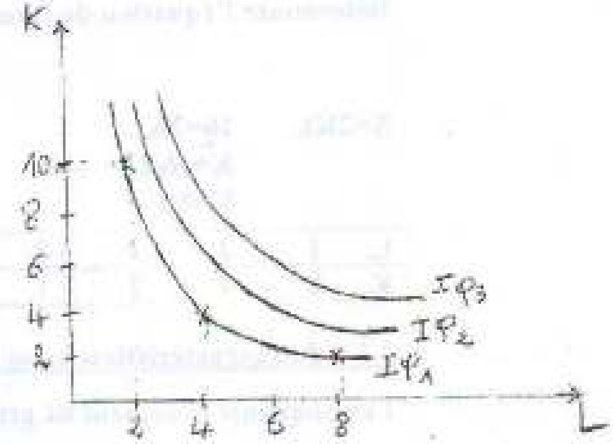
- ✓ L'isoquant a la même allure et les mêmes propriétés que la courbe d'indifférence ;
- ✓ Pour une fonction de production donnée, il aura autant d'isoquant possibles que de niveaux d'output ;

- ✓ L'ensemble des isoquants définit la carte d'isoquant ou la carte de production.

<u>Exemple :</u>

Considérons un niveau de production donnée Q=250 unités, la fonction fait apparaitre qu'il est possible de produire cette quantité en combinant :

- ❖ 10 unités de K et 2 unités de L
- ❖ 04 unités de K et 4 unités de L
- ❖ 02 unités de K et 08 unités de L



On aura 03 points :

A(2 , 10) B(4,4) C(8, 2)

A,B,C représentent différentes combinaisons techniques de 02 facteurs de production, mais quidonne le même volume de production.

IQ_1 , IQ_3 représentent les combinaisons qui résultent d'augmentation des quantités de L et K qui permettent d'obtenir un volume de production plus important. On peut concevoir une infinité d'isoquants qui forment la <u>carte de production de producteur</u> ou <u>carte d'isoquant.</u>

<u>2-2-3-Construcrion d'un isoquant à partir d'une fonction de production</u>

Par définition, le long d'un isoquant, le volume de production d'un bien donné demeure constant, c'est-à-dire que la fonction de production égale à une constante.

F(K, L)=a (a est une constante)

On tire K en fonction de L pour qu'on puisse tracer la courbe d'isoquant.

<u>Exemple 01</u> :

Soit la fonction de production $X=L^{1/2} . K$

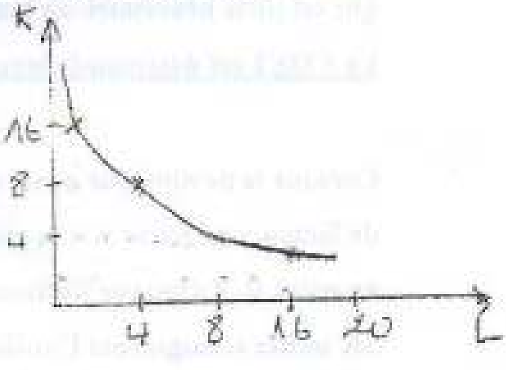
Tracer la courbe d'isoquant correspondant à un niveau de production X=16

$L^{1/2} .k = 16$

$K=16/ L^{1/2}$ $\Rightarrow$ $K = \frac{16}{\sqrt{L}}$

Pour L=4 K=8 Pour L = 1, K=16

Pour L=16 K = 4



Cette courbe d'isoquant exprime 3 Dimensions :

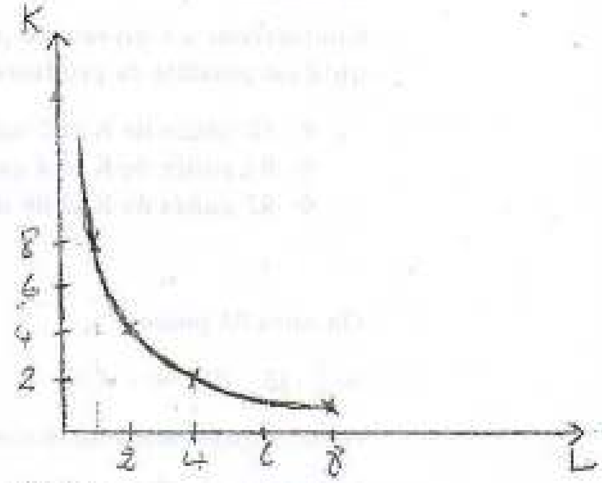
- ✓ La quantité utilisée de K
- ✓ La quantité utilisée de L

✓ Le niveau de production obtenu

Exemple 02 :

Soit la fonction de production X=2KL ;

Déterminer l'équation de l'isoquant pour X=16



X=2KL   16=2KL
K=16/2L
K=8/L

L	1	2	4	8
K	8	4	2	1

2-2-4-Les caractéristiques des isoquants (les propriétés)

Les isoquants possèdent 04 propriétés (caractéristiques) :

1/ plus un isoquant est éloigné de l'origine, plus le niveau de production associé est élevé ;
2/les isoquants ne peuvent pas se couper (ne se croisent pas) parce qu'ils présentent des niveaux de production différents ;
3/ les isoquants sont décroissants, ont une pente négative : cela signifie que si l'entreprise veut utiliser moins de capital, elle doit utiliser davantage de travail pour conserver le même niveau de production ;
4/ les isoquants sont convexes par rapport à l'origine : parce que le taux marginal de substitution technique TMST est décroissant en zone efficace de production.

2-3-Le taux marginale de substitution technique (TMST)

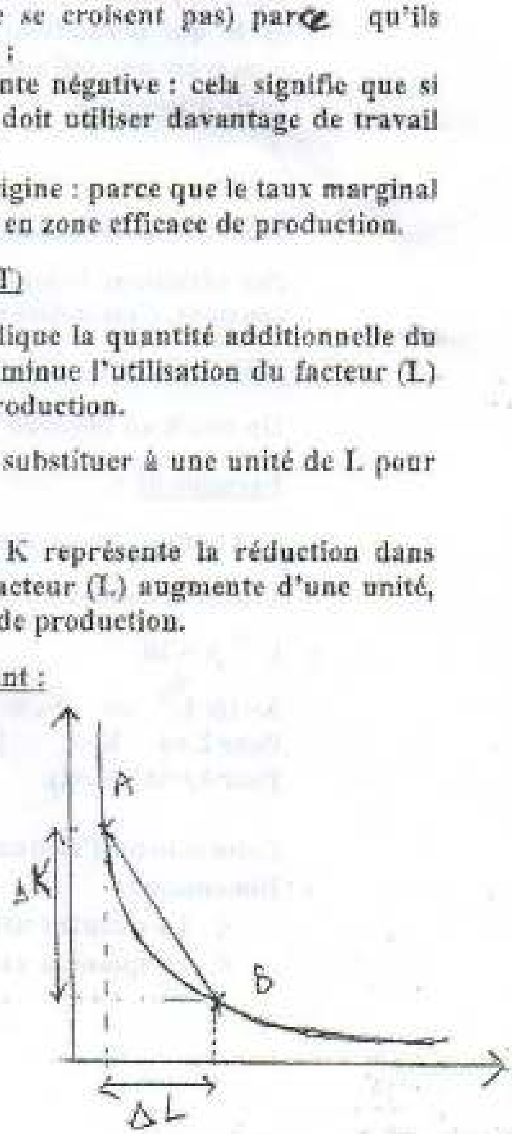
Le taux marginal de substitution technique TMST indique la quantité additionnelle du facteur K dont l'entreprise doit disposer lorsqu'elle diminue l'utilisation du facteur (L) et qu'elle souhaite maintenir constant le niveau de la production.

Le TMST entre L et K est le nombre d'unités de K à substituer à une unité de L pour que la production reste constante.

En d'autre terme, le TMST entre les facteurs L et K représente la réduction dans l'utilisation d'un facteur (capital K), lorsque l'autre facteur (L) augmente d'une unité, qui est juste nécessaire au maintien d'un même niveau de production.

Le TMST est déterminé donc le long d'un même isoquant :

Lorsque le producteur passe de la combinaison de facteurs au point A à la combinaison de facteurs au point B, il diminue l'utilisation du facteur K de ΔK unités et augmente l'utilisation du facteur L de



ΔL unités et produit toujours la même quantité X.

$$\boxed{TMST = -\frac{\Delta K}{\Delta L}}$$

Graphiquement : entre 02 points de l'isoquant, le TMST est mesuré par la valeur absolue de la pente du segment de droite reliant ces deux point.

En un point :

le TMST = $\lim\limits_{\Delta L \to 0} = -(\Delta K)/\Delta L$

$= -\frac{dK}{dL}$ qui représente la pente de l'isoquant.

2-3-2-Les propriétés du TMST

- Le TMST est négatif : toute augmentation dans l'utilisation d'un facteur de production doit être accompagnée de la diminution de l'utilisation de l'autre facteur, si l'entreprise veut maintenir le même niveau de production.
- Le TMST est décroissant au fur et à mesure que l'on descend le long d'un isoquant : au fur et à mesure que l'on a moins de facteurs K et plus de Facteur L, il faut de plus en plus d'unités de L pour remplacer une unité de K et maintenir ainsi le niveau de production constant.

2-3-3- Relation entre le TMST et les productivités marginales

$$\boxed{TMST = \frac{PmL}{PmK}}$$

2-4- l'équilibre du producteur

La carte des isoquants fournie une information technique sur les différents volumes de production possible pour différentes combinaisons efficaces des facteurs de production. Cette information est nécessaire pour le producteur qui doit décider à la fois du nive (volume) de sa production ainsi que la méthode de production utilisée.

Pour prendre cette double décision, il faut que soient connus :

- ✓ Le montant des ressources, du budget dont il dispose ;
- ✓ Le prix des facteurs de production.

L'entreprise (le producteur), fabriquant un produit en combinant des facteurs de production, elle :

- ➢ Supporte des coûts de production liés à l'achat des inputs,
- ➢ Perçoit des recettes en vendant son output sur le marché.

Si les recettes perçues sont supérieurs aux coûts supportés, l'entreprise réalise un profit

$\pi = P_X X - (P_L L + P_K K)$.

2-4-1-Le coût total de production

Le coût total d'un niveau de production donné (noté CT) est la somme en valeur, aux prix du marché, de tous les inputs utilisés par le producteur pour réaliser cette production, pendant une période de temps donnée.

Si on considère une fonction de production à deux inputs (L, K) qui permettent d'obtenir un niveau donné d'output.

Alors le coût total, constitué par la somme des dépenses du producteur pour chacun des facteurs (L, K), est égal à la quantité de travail utilisée « L » multipliée par le prix de celui-ci « P_L », plus la quantité du capital utilisée « K » multipliée par le prix de celui-ci « P_K ».

$CT = P_L L + P_K K$ la contrainte budgétaire du producteur

Le coût total de production peut être représenté graphiquement par la droite d'isocoût.

2-4-2-La droite d'isocoût :

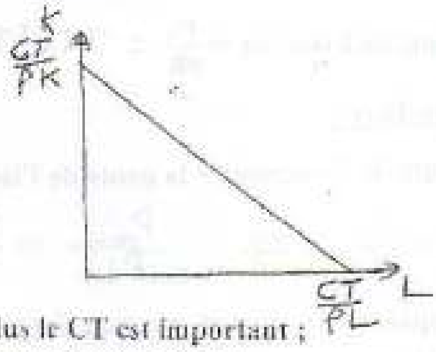
A partir de la contrainte budgétaire du producteur, nous pouvons déterminer l'équation de la droite de la contrainte budgétaire appelée droite d'isocoût.

$$\left.\begin{array}{l} CT = P_L L + P_K K \\ CT - P_L L = P_K K \end{array}\right\} \quad \boxed{K = \frac{CT}{PK} - \frac{PL}{Pk} L} \rightarrow \text{l'équation de la droite d'isocoût}$$

a/ Définition : un isocoût est une droite qui représente toutes combinaison de capital K et de travail L que peut se procurer l'entreprise pour une même dépense totale, étant donné le prix des facteurs de production.

En d'autre terme, un isocoût est une droite dont chacun des points représente une combinaison d'inputs qui occasionne pour l'entreprise un même coût total.

d/ Représentation graphique de la droite d'isocoût :



- Plus on s'éloigne de l'origine plus le CT est important ;
- Les isocoûts représentent différents niveaux de CT.

2-4-3-Détermination de l'équilibre du producteur :

L'entreprise qui cherche à maximiser son profit qui s'écrit comme la différence entre ses recettes et ses dépenses : $\Pi = Px\ X - (PL.\ L + PKK)$ ou Px est le prix d'output vendu, X est la quantité d'output, PL et PK sont les prix des inputs, L et K les quantités des facteurs utilisés, doit avant tout :

- Définir et analyser sa fonction de production ;
- Définir et analyser sa fonction de coûts.

L'objectif de toute entreprise rationnelle est :

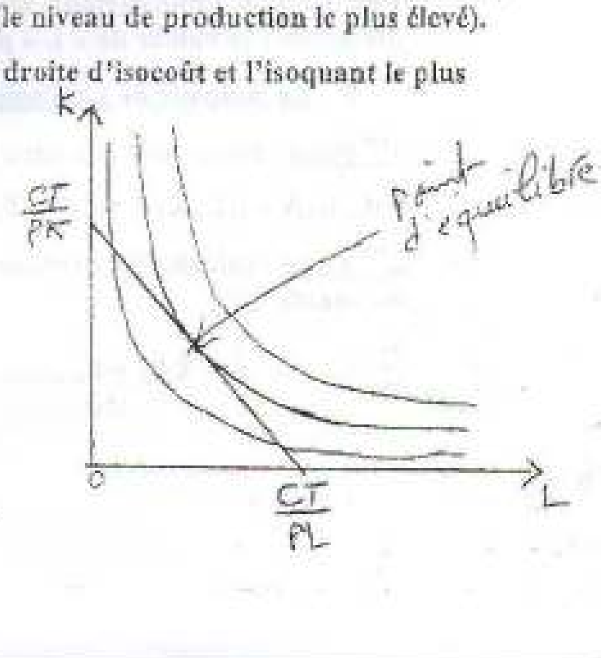
1) Soit maximiser la production pour un coût donné : l'entreprise cherche à produire le plus possible pour un coût donné
2) Soit minimiser son coût de production pour un niveau de production donné.

2-4-3-1-Maximisation du profit

a/ la solution graphique :

Un producteur est en équilibre (maximiser son output sous contrainte du budget limité) quand il atteint l'isoquant le plus élevé possible (le niveau de production le plus élevé).

L'équilibre est atteint au point de tangente de la droite d'isocoût et l'isoquant le plus éloigné de l'origine.



Au point d'équilibre, la pente en valeur absolue de l'isoq[uant] est égale à la pente en valeur absolue de l'isocoût.

La pente de l'isoquant = TMST= $-\frac{dk}{dL} = \frac{PmL}{Pmk}$

La pente de l'isocoût = $\frac{PL}{PK}$ = TMST à l'optimum.

A l'équilibre :

La pente de l'isoquant = la pente de l'isocoût

$$\frac{PmL}{Pmk} = \frac{P_L}{P_K} \Rightarrow \frac{P_{mL}}{P_L} = \frac{P_{mK}}{P_K}$$

Le rapport des productivités marginales des facteurs est égal au rapport des prix de ces facteurs.

Cela signifie qu'à l'équilibre la Pm de dernier dinar dépensé en travail est identique à celle du dernier dinar dépensé en capital.

Il serait de même pour les autres facteurs si l'entreprise avait plus de 02 facteurs de production.

b/La solution algébrique

Il s'agit pour le producteur de maximiser le niveau de production Q=f(L,k) compte tenu de sa contrainte budgétaire :

$$\begin{cases} \text{Maximiser } Q= f(L, k) \text{ ....(1)} \\ \text{Sous contrainte : } CT= P_L L + P_K K \text{ .....(2)} \end{cases}$$

- La méthode analytique :

De (2), on a $K = \frac{CT}{PK} - \frac{PL}{Pk}$

Ensuite en remplace K dans (1) et, on obtient une fonction à une variable.

Une fonction à une variable admet un maximum lorsque $Q' = 0$ qui va nous permettre de déterminer la valeur de « L » puis la valeur de « K ».

- La méthode de Lagrange :

1ère étape : formuler l'équation de Lagrange :

$V(L, K, \lambda)= f(L, K) + \lambda\,(CT- P_L L - P_K K)$

2ème étape : calculer les dérivées partielles de 1er ordre par rapport à L, K et λ, puis on les annule :

$\frac{\partial V}{\partial L} = 0 \Rightarrow f'_L - \lambda P_L = 0$.................(1)

$$\frac{\partial V}{\partial K} = 0 \Rightarrow \grave{f}_K - \lambda P_K = 0 \text{ ....(2)}$$

$$\frac{\partial V}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow CT - P_L L - P_K K = 0 \text{ ...(3)}$$

En divisant (1)/ (2) : $\frac{\grave{f}L}{\grave{f}k} = \frac{PL}{PK}$

$$\frac{\grave{f}L}{PL} = \frac{\grave{f}k}{Pk}$$

$\grave{f}k = \frac{\grave{f}l \cdot PK}{PL}$ ....(4)l'équation du santier d'expansion

Cela va nous permettre de déterminer k en fonction de L , puis on remplace la valeur de k soit dans (3) , soit dans la contrainte pour avoir la valeur de L quand va remplacer dans (4) pour avoir la valeur de K.

le multiplicateur de Lagrange λ mesure le supplément de production qui découle de la contrainte budgétaire.

<u>2-4-3-2-choix des facteurs par la minimisation du coût total :</u>

Au lieu de maximiser sa production pour un coût donné, l'entreprise peut vouloir minimiser le coût pour un niveau de production donné. Dans ce cas, le niveau de production à atteindre est prédéterminé. Le producteur se préoccupe alors de réaliser cette production avec un coût minimal.

Dans ce sens, le producteur cherche la manière <u>la moins coûteuse</u> possible de produire un <u>niveau déterminé</u> d'output.

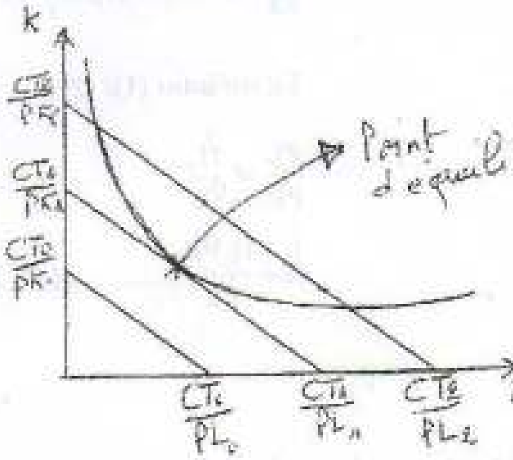
Le programme du producteur est :

$$\begin{cases} \text{Minimiser} \quad CT = P_L L + P_K K \\ \text{Sous contrainte } X = f(L, K) \end{cases}$$

La résolution de ce programme permet au producteur de déterminer <u>les quantités</u> de L et de K lui permettant de produire la quantité X <u>au moindre coût</u>.

<u>a/ la solution graphique :</u>

L'équilibre du producteur est atteint au point de tangence entre la droite d'isocoût la <u>plus basse possible</u> et l'isoquant qui détermine la combinaison optimale d'input L et K minimisant le CT pour un niveau donné d'output.



- Soit l'isoquant correspondant au niveau de production $X = X_0$ et les 03 droites d'isocoût correspondantes à CT_0 ,CT_1 et CT_2 ayant les mêmes pentes, mais corresponds à des coûts de production différents :$CT_2 > CT_1 > CT_0$

- L'optimum du producteur est atteint au point « A » où l'isoquant est tangente à l'une des droites d'isocoûts la plus basse possible.
- « A » est la combinaison d'inputs qui minimise le CT tout en permettant de produire un niveau d'output de $X = X_0$.
- Au point optimal (point d'équilibre) « A » :

La pente de l'isoquant $= -\frac{dK}{dL} = TMST$

La pente de l'isocoût $= \frac{PL}{PK}$

A l'équilibre : la pente de l'isoquant = la pente de l'isocoût

Donc : $TMST = -\frac{dK}{dL} = \frac{PmL}{PmK} = \frac{PL}{PK}$

b/ la solution algébrique

Le producteur cherche à minimiser le coût de production $CT = P_L L + P_K K$ pour un niveau de production donné $X_0 = f(L, K)$

Pour trouver algébriquement les quantités optimales de facteurs de production il doit résoudre le programme suivant :

$$\begin{cases} \text{Min} \quad CT = P_L L + P_K K \\ S/C \quad X_0 = f(L, K) \end{cases}$$

La méthode utilisée est la méthode de Lagrange

1ère étape : formuler l'équation de Lagrange :

$$F(L, K, \lambda) = P_L L + P_K K + \lambda(X_0 - f(L, K))$$

2ème étape : calculer les dérivées partielles de 1er ordre par rapport à L, K et λ, puis on les annule :

$$\frac{\partial V}{\partial L} = 0 \Rightarrow P_L - \lambda f'_L = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial K} = 0 \Rightarrow P_K - \lambda f'_K = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow X_0 - f(L, K) = 0 \ldots\ldots(3)$$

En divisant (1)/(2) : $\frac{PL}{PK} = \frac{\lambda f'L}{\lambda f'K}$

$$\frac{PL}{PK} = \frac{f'L}{f'K}$$

$$f'k = \frac{f'L.PK}{PL} \ldots\ldots\ldots(4) \quad \text{l'équation de santier d'expansion}$$