

Exercice 01: Les résultats d'une étude portant sur l'ancienneté du chômage(X) et l'âge (Y) sont donnés dans le tableau ci-dessous :

Y \ X	[20-25]	[25-30]	[30-35]	Total
[00 - 06]	10	8	5	23
[06 - 12]	8	9	4	21
[12 - 18]	15	11	9	35
[18 - 24]	3	6	2	11
Total	36	34	20	90

Questions :

- 1-Que signifie le nombre 11 de la 3^{ème} ligne et de la 2^{ème} colonne ?
- 2-Calculer les fréquences suivantes : f_{22} , $f_{2.}$, $f_{.3}$ et $f_{1/2}$ pour i fixé, et $f_{3/2}$ pour j fixé.
- 3-Calculer l'âge moyen.
- 4-Calculer l'ancienneté moyenne du chômage.
- 5-Calculer l'âge moyen pour les individus dont l'ancienneté du chômage est comprise entre 12 et 18 mois.
- 6-Quelle est l'ancienneté moyennedu chômage pour les individus dont l'âge est compris entre 30 et 35 ans.

Exercice 02 : Soit la série bi-variée suivante :

X_i	2	3	5	7	9	10
Y_i	1	3	7	11	15	17

Questions :

- 1-Calculer les moyennes échelonnées et moyennes mobiles d'ordre 3.
- 2-Déterminer la droite de régression de Y en X ; ($y = a x + b$).
- 3-Déterminer la droite de régression de X en Y ; ($x = a y + b$).
- 4-Calculer le coefficient de corrélation (r) et le coefficient de détermination (r^2). Commenter vos résultats.

Exercice 03 : L'indice de la recette totale (valeur) du producteur du bien X, base 100 en 2015 passe à 132 en 2018, alors que la quantité du bien X vendue passe de 5000 à 6000 unités aux mêmes dates.

Questions :

- 1-Calculer l'indice du prix du produit X pour l'année 2018, base 100 en 2015.
- 2-Le prix du produit X était de 220 DA en 2018. Quel était son prix en 2015 ?
- 3-La quantité vendue passera à 10 000 unités en 2021. A quelle valeur sera égal en 2021 l'indice des quantités du produit X, base 100 en 2015 ?

1) le nombre 11 de la 3^{ème} ligne et de la 2^{ème} colonne représente l'effet partiel n_{32} qui signifie le nombre de chômeurs ayant l'âge entre 25 et 30 ans et une ancienneté du chômage entre 12 et 18 mois.

2) calcul des fréquences

$$f_{22} = \frac{n_{22}}{N} = \frac{9}{90} = 0,1 = 10\%$$

$$f_{2.} = \frac{n_{2.}}{N} = \frac{21}{90} = 0,2333 = 23,33\%$$

$$f_{.3} = \frac{n_{.3}}{N} = \frac{20}{90} = 0,2222 = 22,22\%$$

$$f_{1/2} \text{ pour } i \text{ fixé} = \frac{n_{21}}{\sum n_{2j}} = \frac{8}{21} = 0,3809$$

$$f_{3/2} \text{ pour } j \text{ fixé} = \frac{n_{32}}{\sum n_{i2}} = \frac{11}{34} = 0,3235$$

3) calcul de l'âge moyen

Y_i	n_{ij}	Y_i	$n_{ij} Y_i$
20-25	36	22,5	810
25-30	34	27,5	935
30-35	20	32,5	650
Σ	90	-	2395

$$\bar{Y} = \frac{1}{N} \sum n_{ij} Y_i$$

$$= \frac{2395}{90} = 26,611$$

$$\approx 27 \text{ ans.}$$

4) calcul de l'ancienneté moyenne du chômage

X_i	n_i	X_i	$n_i X_i$
0-6	23	3	69
6-12	21	9	189
12-18	35	15	525
18-24	11	21	231
Σ	90	-	1014

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum n_i X_i$$

$$= \frac{1014}{90} = 11,266$$

$$\approx 11 \text{ mois.}$$

l'âge moyen des individus - ayant une ancienneté comprise entre 12 et 18 ans

$\bar{y} / x \in [12-18] = \frac{1}{\sum n_{ij}} \sum n_{ij} y_j$ (0,25)

y_j	n_{3j}	$n_{3j} y_j$	y_j
20-25	15	337,5	22,5
25-30	11	302,5	27,5
30-35	9	292,5	32,5
Σn_{3j}	35	932,5	

$\bar{y} / x \in [12-18] = \frac{932,5}{35} = 26,64 \approx 27 \text{ ans}$ (1,25)

6) l'ancienneté moyenne du chômage pour les individus dont l'âge est compris entre 30 et 35

$\bar{x} / y_j \in [30-35] = \frac{1}{\sum n_{ij}} \sum n_{ij} x_i = \frac{228}{20} = 11,4 \text{ mois}$ (0,25)

x_i	n_{i3}	x_i	$n_{i3} x_i$
0-6	5	3	15
6-12	4	9	36
12-18	9	15	135
18-24	2	21	42
Σn_{i3}	20	-	228

$\bar{x} / y_j \in [30-35] = 11,4 \text{ mois} \approx 11 \text{ mois}$ (1,25)

(2)

x_i	y_j	x_i^2	y_j^2	$x_i y_j$
2	1	4	1	2
3	3	9	9	9
5	7	25	49	35
7	11	49	121	77
9	15	81	225	135
10	17	100	289	170
36	54	268	694	428

1) les Moyennes échelonnées et mobile d'ordre 3.

les Moyennes échelonnées.

$\bar{x}_1 = \Pi_e(2, 3, 5) = 3$

$\bar{y}_1 = \text{Moy}(1, 3, 7) = \frac{1+3+7}{3} = 3,66$

$\bar{x}_2 = \Pi_e(3, 5, 7) = 5$

$\bar{y}_2 = \text{Moy}(3, 7, 11) = \frac{3+7+11}{3} = 7$

$\bar{x}_3 = \Pi_e(5, 7, 9) = 7$

$\bar{y}_3 = \text{Moy}(7, 11, 15) = 11$

$\bar{x}_4 = \Pi_e(7, 9, 10) = 9$

$\bar{y}_4 = \text{Moy}(11, 15, 17) = \frac{11+15+17}{3} = 14,33$

donc $P_1(3, 3,66)$ (0,25)

$P_2(5, 7)$ (0,25)

$P_3(7, 11)$ (0,25)

$P_4(9, 14,33)$ (0,25)

2) les Moyennes mobiles d'ordre 3.

$\bar{x}_1 = \Pi_e(2, 3, 5) = 3$, $\bar{y}_1 = \text{Moy}(1, 3, 7) = 3,66$

$\bar{x}_2 = \Pi_e(3, 5, 7) = 5$, $\bar{y}_2 = \text{Moy}(3, 7, 11) = 7$

$\bar{x}_3 = \Pi_e(5, 7, 9) = 7$, $\bar{y}_3 = \text{Moy}(7, 11, 15) = 11$

$\bar{x}_4 = \Pi_e(7, 9, 10) = 9$, $\bar{y}_4 = \text{Moy}(11, 15, 17) = 14,33$

donc $P_1(3, 3,66)$, $P_2(5, 7)$, $P_3(7, 11)$, $P_4(9, 14,33)$ (0,25)

2) la droite de régression de y en x

$y = ax + b$

$a = \frac{\text{Cov}(x,y)}{V(x)}$ ou soit d'abord calculer (0,25)

$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum x_i = \frac{36}{6} = 6$ (0,25)

$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum y_j = \frac{54}{6} = 9$ (0,25)

$\text{Cov}(x,y) = \frac{1}{N} \sum x_i y_j - \bar{x} \bar{y}$

(3)

$$\bar{X} = \frac{428}{6} = 71,33$$



$$V(X) = \frac{1}{n} \sum x_i^2 - \bar{X}^2 = \frac{268}{6} - (71,33)^2 = 44,666$$

$$\Rightarrow a = \frac{17,33}{8,666} = 2 \text{ et } b = \bar{Y} - a\bar{X} = 9 - 2(6) = -3$$

$$\text{donc } Y_i = 2X_i - 3$$

3) la droite de régression de X en Y.

$$X_i = \bar{a}Y_i + \bar{b}$$

$$\bar{a} = \frac{\text{cov}(X,Y)}{V(Y)} \text{ avec } V(Y) = \frac{1}{n} \sum y_i^2 - \bar{Y}^2 = \frac{694}{6} - (9)^2 = 34,666$$

$$\bar{a} = \frac{17,33}{34,666} = 0,5$$

$$\bar{b} = \bar{X} - \bar{a}\bar{Y} = 6 - 0,5(9) = 1,5$$

$$\text{donc } X_i = 0,5Y_i + 1,5$$

4) les coefficients de corrélation et de détermination

$$r_{xy} = \frac{\text{cov}(X,Y)}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{\text{cov}(X,Y)}{\sqrt{V(X)} \sqrt{V(Y)}} = \frac{17,33}{\sqrt{8,666} \sqrt{34,666}} = \frac{17,33}{(2,943)(5,887)} = \frac{17,33}{17,332} = 0,999 \approx 1$$

$r_{xy}^2 = (1)^2 = 1$
la corrélation et la détermination de Y en X est parfaite (totale).

exercice N° 08



$$\frac{I_P}{2015} = 132\%$$

$$Q_{2015} = 5000 \text{ units}$$

$$Q_{2018} = 6000 \text{ units}$$

1) calcul de $\frac{I_P}{2015}$

$$\text{ou } \frac{I^V}{2015} = \frac{I^P}{2015} \cdot \frac{I^Q}{2015} \Rightarrow \frac{I^P}{2015} = \frac{I^V}{2015} \cdot \frac{I^Q}{2015} = \frac{1,32}{\frac{6000}{5000}} = \frac{1,32}{1,2} = 1,1 = 110\%$$

2) $P_{2018} = 220$ dt, $P_{2015} = ?$

$$\frac{I^P}{2015} = \frac{P_{2018}}{P_{2015}} = 1,1 \Rightarrow P_{2015} = \frac{P_{2018}}{1,1} = \frac{220}{1,1} = 200$$

3) $Q_{2021} = 10000$, $\frac{I^Q}{2015} = \frac{Q_{2021}}{Q_{2015}} = \frac{10000}{5000} = 2 \approx 200\%$