Introduction :

On appelle série chronologique, ou chronique ou temporelle, une série d'observations chiffrées, ordonnées dans le temps. Ces observations peuvent être de différentes natures. Le paramètre « temps » sera considéré, dans ce cas, comme une variable statistique évaluée (exprimée) en période**s**. La série chronologique permet d'analyser, de décrire et d'expliquer un phénomène au cours du temps afin d'en tirer des conséquences pour des prises de décision (par exemple en marketing). Le temps est considéré plus souvent en années, trimestres, mois ou en jours en sciences économiques. Une série chronologique est une distribution à deux caractères, dont l'un est toujours le temps. On note habituellement la variable étudiée par « y » et la variable temps par la lettre « t ».

I/ Les différentes composantes d'une série chronologique :

1. La tendance ou trend (T) ou f(t)

C'est la tendance générale de la variable étudiée sur une longue période. Cette tendance ou trend T est représentée par la courbe qui ajuste l'ensemble des points du nuage. On appelle également « tendance », la courbe de lissage obtenue, par exemple, par le calcul des moyennes mobiles ou échelonnées ou cycliques…toutes relèvent d'une démarche empirique. L'ajustement du trend peut être également déterminé par une méthode analytique telle que la méthode des moindres carrés MMC (que nous avons vue dans le chapitre 2). Ainsi le trend est une fonction du temps qui s'exprime comme suit : T = f(t) = at +b.

Il suffit alors de calculer les deux coefficients a et b de la manière suivante :

$a = {COV(ty)}/{v(t)}$ avec Cov (ty) $= \frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})(y_i-\bar{y})}{N}$ (formule de définition) ou

Cov (ty) = $\frac{\sum_{i=1}^{n} t_i y_i}{N} - \bar{t}\bar{y}$ (formule développée).

La variance v(t) = $\frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i - \bar{t})^2}{N}$ (formule de définition) ou

V(x)= $\frac{\sum_{i=1}^{n} t_i^2}{N} - \bar{t}^2$ (formule développée). En simplifiant, on peut calculer le « a » comme suit :

$a = \frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(t_i - \bar{t})^2}$ Ou encore $a = \frac{\sum t_i y_i - N\bar{t}\bar{y}}{\sum t_i^2 - N\bar{t}^2}$

et $\bar{y} = a\bar{t} + b$ d'où $b = \bar{y} - a\bar{t}$

2. Le cycle ou conjoncture (C) ou c(t)

C'est le mouvement de fluctuations (variations) observé sur une longue période autour du trend. Le cycle est un élément difficile à observer. Aussi, l'analyse de l'évolution du cycle est généralement confondue avec la tendance générale ou trend (donc on ne le calcule pas !).

3. La saison ou variations saisonnières (S) ou s(t)

Le facteur saisonnier désigne les variations régulières ou périodiques dues à la saisonnalité. Par exemple, on peut enregistrer une augmentation des dépenses mensuelles en électricité du fait de l'utilisation importante de climatiseurs, ventilateurs pendant l'été. Les variations saisonnières sont observées sur une période courte.

La différence entre la plus grande et la plus petite valeur de variation saisonnière s'appelle l'amplitude.

On notera également que dans toutes les séries chronologiques, il existe nécessairement des fluctuations saisonnières. Celles-ci sont posées par des facteurs d'ordre naturel, économique, organisationnel, etc.

En théorie, les variations saisonnières sont régulières, de nature répétitive à l'identique sur une période inferieure à l'année. On peut ainsi affirmer que les variations du premier trimestre de la première année sont égales aux variations des premiers trimestres des années suivantes. Il en est de même avec les variations des autres trimestres. Si on considère une série temporelle de deux années, on peut traduire cela comme suit : $s_{1/1} = s_{1/2}$; $s_{2/1} = s_{2/2}$; $s_{3/1} = s_{3/2}$ et $s_{4/1} = s_{4/2}$

Durant une période d'une année, la somme des variations saisonnières est égale à zéro (nulle). Ce qui signifie que l'influence des variations saisonnières s'annule dans l'année.

4. Les variations accidentelles (résiduelles, aléatoires ou irrégulières) A ou a(t)

Les fluctuations aléatoires sont généralement de courtes durées, imprévisibles et irrégulières. La somme des variations aléatoires est également nulle dans le temps. Elles sont imprévisibles et n'obéissent à aucun rythme. Elles sont dues à des évènements exceptionnels tels que les catastrophes naturelles, les grèves…

Le traitement des séries chronologiques repose sur la nature du lien unissant ces différents types de variations ou de mouvements (fluctuations). Le but de l'analyse chronologique est de repérer les différents mouvements afin de pouvoir faire de bonnes prévisions. Il existe deux types de séries et de modèles : modèle additif et modèle multiplicatif.

II/Les schémas de composition des mouvements d'une série chronologique

Il existe deux types de schémas ou de modèles : additif et multiplicatif.

1. Le modèle additif

Dans ce modèle, les éléments ou composantes de la série chronologique (S C) sont indépendants. L'expression mathématique de la S C est :$y(t) = f(t) + s(t) + a(t)$ ou Y= T+S+A

Remarque : le cycle est confondu avec la tendance ou trend ; et les amplitudes des composantes saisonnières s (t) sont constantes par rapport au trend.

2. Le modèle multiplicatif

Dans lequel les composantes de la S C se multiplient.

$y(t) = f(t).s(t).a(t)$ Ou Y= T×S×A

Dans ce modèle, les amplitudes des composantes saisonnières s(t) sont **variables**

Dans la représentation graphique d'une série chronologique, si on relie les maximas d'une période et on fait la même chose avec les minimas et si les deux courbes sont parallèles, il s'agit d'un modèle additif sinon d'un modèle multiplicatif.

III/Estimation de la tendance (T)

On peut estimer la tendance ou trend de plusieurs façons : analytique, graphique ou mécanique.

1. La méthode des moindres carrés MMC (méthode analytique)

Elle permet de déterminer l'équation de la droite (ou de la courbe) de tendance appropriée. A partir de cette équation, on peut calculer les valeurs T de la tendance $f(t)$.

$y(t) = f(t) = at + b$ avec $a = {cov(ty)}/{v(t)}$ et $b = \bar{y} - a\bar{t}$

2. La méthode graphique

Elle consiste à ajuster une droite (ou une courbe) de tendance en se référant simplement à son graphe et permet d'estimer la tendance. Mais cette méthode a évidemment l'inconvénient d'être trop subjective.

3. La méthode des moyennes mobiles (lissage par les moyennes mobiles)

Les moyennes mobiles d'ordre approprié, permettent d'éliminer les variations cycliques, saisonnières et aléatoires et de ne conserver que l'effet de la tendance.

Remarque : cette méthode présente quelques inconvénients :

a) Les données de début et de fin d'une S C sont « perdues » car non prises en compte.
b) Les moyennes mobiles (notées M_{mij}) peuvent engendrer des cycles ou d'autres mouvements qui n'étaient pas présents dans les données d'origine, c'est –à-dire, les valeurs « aberrantes » ou accidentelles.

Méthode de calcul des moyennes mobiles M_{mij}:

L'ordre de moyennes dépend de la périodicité des variations par année.
A une série(t_i, y_i), on va donc lui substituer une autre série$(t_i, \overline{y_i})$ telles que $\overline{y_i}$($y$barre i) soit la moyenne des valeurs affectées au temps (t_i) médian.
Par exemple, la moyenne mobile d'ordre 4 (chiffre pair) se calcule comme suit :

$$M_{m1} = \left(\frac{y_1}{2} + y_2 + y_3 + y_4 + \frac{y_5}{2}\right)\Big/4 \text{ et } M_{m2} = \left(\frac{y_2}{2} + y_3 + y_4 + y_5 + \frac{y_6}{2}\right)\Big/4 \text{etc.}$$

Remarques :

- Quand l'ordre des moyennes mobiles est **pair**, par exemple ordre 4, les valeurs moyennes obtenues ne peuvent pas être écrites dans une case du tableau statistique. Elles sont centrées entre deux valeurs(t). Pour régler ce problème, on procède comme suit, ce qui s'écrit, d'une manière générale de la façon suivante :M_{mij}= $({}^{y_1}/_2+y_2+y_3+y_4+{}^{y_5}/_2)/4$

$$M_{mij} = \frac{1}{p}\left[{}^{y_{t-2}}/_2 + y_{t-1} + y_t + y_{t+1} + y_{t+2})\right]$$

p : C'est l'ordre des moyennes mobiles**,** il peut correspondre à des trimestres, des mois, des semestres, etc. Si on a, par exemple, des trimestres, p= 4.

- Nous avons vu dans le chapitre 2 comment calculer les moyennes mobiles d'ordre impair (3 par exemple).

4. La méthode des semi-moyennes (moyennes échelonnées)

Elle consiste à séparer les données en deux parties (de préférence égales) et à faire la moyenne de chaque sous -ensemble. On obtient ainsi deux points du graphique de la série chronologique. On trace une droite de tendance entre ces deux points ce qui permet de calculer les valeurs de la tendance.

Remarque : cette méthode ne peut donner de bons résultats que si la tendance est linéaire ou approximativement linéaire.

IV/ Composante saisonnière et désaisonnalisation :

Lorsqu'on procède à la désaisonnalisation de la série, on considère que la composante aléatoire ou résiduelle (A) a un effet nul.
Donc $Y = T + S$ (modèle additif) ou $Y = T.S$ (modèle multiplicatif)
Etapes de la désaisonnalisation :

1. On commence par une représentation graphique des données pour établir soit une ligne polygonale soit des courbes superposées.
2. On procède au lissage de la série par les moyennes mobiles M_{mij}.
3. On calcule les coefficients bruts saisonniers S_{ij} .
4. On calcule les coefficients saisonniers définitifs Sj
5. Une fois tous les coefficients saisonniers (définitifs) calculés, on obtient la série corrigée des variations saisonnières (S.C.V.S) notée $\boldsymbol{Y_{ij}^*}$.

A ce stade, il faut considérer de quel type de modèle on dispose : additif ou multiplicatif ? La tendance est-elle obtenue par la méthode analytique des moindres carrés ou par la méthode mécanique ou de lissage par les moyennes mobiles ?

- Dans le schéma **multiplicatif** on trouve la S.C.V.S comme suit : Y= f(t).s(t) ou $Y = T.S$ et $y_{ij}^* = {Y_{ij}}/{S_j}$ ou ${Y_{ij}}/{s_j^{'}}$

  Si on considère, par exemple, que la tendance est obtenue en utilisant les moyennes mobiles, on aura ce qui suit :

  - Première étape :$Y = T.S\ d'ou\ Y_{ij} = M_{mij}.S_{ij}$ et $S_{ij} = {Y_{ij}}/{M_{mij}}$ c'est-à-dire qu'on divise les valeurs brutes de y par les moyennes mobiles M_{mij}.
  - Deuxième étape : on calcule les coefficients saisonniers définitifs (Sj) en faisant la moyenne des coefficients saisonniers bruts S_{ij} pour la période considérée (trimestre, semestre, mois, etc.). La moyenne des Sj doit être égale à 1 sinon on calcule les coefficients saisonniers corrigés. Pour ce faire, on calcule d'abord le coefficient correcteur en faisant la moyenne des coefficients saisonniers définitifs $\sum Sj/p$ (p est la période considérée, elle peut être 4 s'il s'agit de trimestre, 12 s'il s'agit des mois, etc.), ensuite on divise chaque coefficient saisonnier définitif par le coefficient correcteur et on obtient les coefficients saisonniers corrigés : $\grave{S}$j = $Sj/\sum Sj/p$ dont la moyenne doit être égale à 1.

  Troisième étape : dans cette étape on obtient les nouvelles valeurs Y_{ij}^* en divisant les valeurs brutes Y_{ij} par les coefficients correspondants. On a alors $Y_{ij}^* = {y_{ij}}/{S_j}$ ou $Y_{ij}^* = {y_{ij}}/{\grave{S}J}$ (si on a calculé les coefficients corrigés).

- Dans un **modèle additif**, on procède comme suit :
  - Y = f(t) + s(t) ou $Y = \mathrm{T} + \mathrm{S}$ d'où $\mathrm{Y_{ij}} = \mathrm{M_{mij}} + \mathrm{S_{ij}}$
  - On calcule les coefficients bruts saisonniers :$\mathrm{S_{ij}}$ = $\mathrm{Y_{ij}} - \mathrm{M_{mij}}$
  - On calcule les coefficients saisonniers définitifs Sj : il est égal à la moyenne des coefficients bruts pour la période considérés (trimestres, semestres, mois…).
  - La moyenne des Sj doit être égale à 0 sinon on calcule les coefficients saisonniers corrigés $\grave{S}j$. Pour ce faire, on calcule d'abord le coefficient correcteur en faisant la moyenne des coefficients saisonniers : $\sum Sj/p$. $\grave{S}j$ = Sj−$\sum Sj$ /p. On obtient de nouveaux coefficients dont la moyenne est égale à 0.
  - La dernière étape est de trouver la série corrigée des variations saisonnière (SCVS) comme suit : Y_{ij}^* = Y_{ij} –Sj ou Y_{ij}^* = Y_{ij} –$\grave{S}_j$ dans le cas où l'on a calculé les coefficients corrigés.

Y_{ij}^* (SCVS) : exprime ce qu'aurait été la réalité du phénomène s'il n'y avait pas eu de saisons ou de variations saisonnières.

Remarque : on peut trouver la série corrigée des variations saisonnières (SCVS) dans le cas où la tendance T est obtenue non pas par les moyennes mobiles $\mathrm{M_{mij}}$ mais par la droite des MMC : f(t) = at+b (voir l'application numérique).

Estimation de la variable aléatoire (résiduelle ou accidentelle)

Y= T+ S +A. Pour déterminer la tendance T et la saison S, on a supposé que la variable aléatoire était nulle. En réalité elle ne l'est pas et parfois elle peut impacter fortement l'évolution du phénomène étudié. On peut estimer cette variation accidentelle comme suit : Y= T+ S +A et A = Y- (T+S) = Y- T -S. et si, par exemple, la tendance T est estimée par les moyennes mobiles M_{mij} (on remplace T par M_{mij}) et on aura la série ajustée ou estimée $\hat{Y}_{ij}$ = $\mathrm{M_{mij}}+\hat{S}_j$ et A(t) = $Y_{ij} - \hat{Y}_{ij}$ = $\mathrm{Y_{ij}} - \mathrm{M_{mij}} - \hat{S}_j$.

Ces variations aléatoires représentent, dans l'évolution du phénomène, la part que les composantes T et S ne peuvent pas expliquer.

Application numérique

En utilisant les données du tableau suivant, nous allons illustrer toutes les étapes et méthodes d'analyse des séries chronologiques. Ainsi, pour estimer la tendance nous allons utiliser des moyennes mobiles dans un cas et une estimation de la droite $f(t)$ par la méthode des moindres carrés (MMC). On calculera, dans les deux situations : les coefficients saisonniers qui nous permettront par la suite de calculer la série corrigée des variations saisonnières SCVS notéeY_{ij}^*. En dernier lieu, on peut calculer la série ajustée $\widehat{Y}t$ ou $\hat{y}_{ij}$.Cette dernière est utilisée pour représenter ce qu'aurait été le phénomène en l'absence de variations aléatoires $A(t)$

	A_1	A_2	A_3
T_1	3	6	8
T_2	1	2.5	5
T_3	4	6	9
T_4	1.5	4	7

Ainsi, on dispose d'une série constituée de données relatives à trois années $A_i$chacune d'elle étant composée de quatre trimestres T_i.

Supposons que la composition du modèle est de type **additif**. $Y(t) = f(t) + s(t) + a(t)$ et $a(t)$est supposée nulle. La série s'écrit alors $Y(t) = f(t) + s(t)$. On peut déterminer les deux composantes $f(t)\ et\ s(t)$ de la série de deux façons : on estimera $f(t)$ par la MMC (méthode des moindres carrés) puis on fait la différence entre $Y(t)$et $f(t)$ pour obtenir $s(t)$. On fera ensuite la moyenne des s(t) ou S_{ij} par trimestre pour trouver les coefficients saisonniers définitifs S_j. La deuxième façon est d'estimer la tendance $f(t)$ en utilisant les moyennes mobiles M_{mij}. Ensuite on procédera de la même manière qu'avec la première méthode.

A. Méthode analytique de détermination des composantes d'une SC (MMC) :

On commence par déterminer la tendance (trend) dont l'équation est $Y = f(t) = at + b$.
On obtient l'équation de cette droite après avoir calculé les coefficients a et b comme suit :

$$a = \frac{cov(ty)}{v(t)} = \frac{\sum t_i y_i - N\bar{t}\bar{y}}{\sum t_i^2 - N\bar{t}^2}$$

$\bar{t} = \frac{78}{12} = 6{,}5$; $N = 12$Trimestres en 3 ans. $\bar{t}^2 = 42{,}25$ et $N\bar{t}^2 = 12 \times 42{,}25 = 507$

$\bar{y} = \frac{57}{12} = 4{,}75$ On obtient $a = \frac{447-12\times(6{,}5)\times(4{,}75)}{650-12\times(6{,}5)^2} = 0{,}53$.

Si a = 0,53 alors b = $\bar{y}$– a$\bar{t}$ = 4,75 – (0,53 ×6,5) = 1,30. L'équation de la droite s'écrit alors $Y = at + b = 0{,}53t + 1{,}3$. A partir de cette équation, on va déterminer les douze (12) valeurs de $f(t)$ prises à chacun des 12 trimestres. Ensuite on calcule les valeurs

$s(t) = y(t) - f(t)$. Tous les calculs sont consignés dans le tableau suivant :

t_i	y_i	t_i^2	$t_i y_i$	$f(t) = at + b$	$s(t) = Y_{ij} - f(t)$	$Y_{ij}^* = y_{ij} - s_j^{'}$
1	3	1	3	1,83	1,17	1,31
2	1	4	2	2,36	-1,36	2,66
3	4	9	12	2,89	1,11	2,63
4	1.5	16	6	3,42	-1,92	2,89
5	6	25	30	3,95	2,04	4,31
6	2.5	36	15	4,48	-1,98	4,16
7	6	49	42	5,01	1,2	4,63
8	4	64	32	5,54	-1,54	5,39
9	8	81	72	6,07	1,93	6,31
10	5	100	50	6,6	-1,6	6,66
11	9	121	99	7,13	1.87	7,63
12	7	144	84	7,66	-0,66	8,39
78	57	650	447	/////	/////	/////

-Calcul de f(t) : Pour trouver les valeurs de la 5$^{\text{éme}}$ colonne, il suffit de remplacer t par sa valeur dans l'équation f(t) = at +b. Ex : pour t_i = 1 ; f(t)= (0,53×1)+ 1,83 ; pour t_i = 2 ; f(t) = (0,53×2) + 1,30= 2,36 ; etc.

-Calcul de s(t) ou S_{ij} (coefficient saisonniers bruts) : pour trouver les valeurs de 6$^{\text{éme}}$ colonne, on procède comme suit : $s(t)_1$= 3− 1,83= 1,17.

$S(t)_2$ = 1−2,36 = − 1,36.

$S(t)_3$ = 4−2,89 = 1,11, etc.

Y_{ij} ou y(t) correspondent aux données brutes contenues dans le premier tableau (l'énoncé).

-Calcul des 4 coefficients saisonniers définitifs (Sj) par trimestre : la moyenne par trimestre des coefficients saisonniers bruts S_{ij}

$$s_1 = {(s_{1/1} + s_{1/2} + s_{1/3})}/_{3} = {(1{,}17 + 2{,}04 + 1{,}93)}/_{3} = +1{,}71$$

$$s_2 = {(s_{2/1} + s_{2/2} + s_{2/3})}/_{3} = {-1{,}36 + (-1{,}98) + (-1{,}6)}/_{3} = -1{,}64$$

$$s_3 = {(s_{3/1} + s_{3/2} + s_{3/3})}/_{3} = {(1{,}11 + 1{,}2 + 1{,}87)}/_{3} = +1{,}39$$

$s_4 = {}^{(s_{4/1} + s_{4/2} + s_{4/3})}/_{3} = {}^{(-1{,}92 + (-1{,}54) + (-0{,}66)}/_{3} = -1{,}37$

A ce niveau, on doit tester la somme de ces coefficients : Si elle égale à zéro, on garde ces coefficients comme étant définitifs. Dans le cas contraire ($\sum S_j \neq 0$) on calculera les $\grave{S}_j$. $s_1 + s_2 + s_3 + s_4 = +1{,}71 - 1{,}64 + 1{,}39 - 1{,}37 = 0{,}09 \ \neq 0$

et la moyenne par trimestre sera de 0,09/4 = 0,0225 (coefficient correcteur)

On calcule les coefficients définitifs corrigés $s_j^{'}$.

$s_1^{'} = 1{,}71 - 0{,}0225 = 1{,}6875 = 1{,}69$

$s_2^{'} = -1{,}64 - 0{,}0225 = -1{,}6625 = -1{,}66$

$s_3^{'} = 1{,}39 - 0{,}0225 = 1{,}3675 = 1{,}37$

$s_4^{'} = -1{,}37 - 0{,}0225 = -1{,}3925 = -1{,}39$

La somme de ces $s_j^{'}$est très proche de zéro.

Remarque : Si le modèle était multiplicatif on diviserait par le coefficient correcteur :

$\grave{S}_J = {}^{Sj}/_{0{,}0225}$

Maintenant, on peut procéder à la désaisonnalisation de la série pour obtenir ce qu'aurait été le mouvement brut sans l'influence saisonnière : on utilise la série corrigée des variations saisonnières SCVS notée Y_{ij}^*

$Y_{ij}^* = y_{ij} - s_j^{'}$. On obtient la dernière colonne du tableau en retranchant le coefficient $s_j^{'}$du premier trimestre (1,69) à toutes les valeurs y_{ij} du premier trimestre de chaque année ensuite on retranche le deuxième coefficient (-1,66) aux valeurs de y de chaque deuxième trimestre, puis on retranche le troisième coefficient (1,37) aux valeurs y_{ij}des troisièmes trimestres et enfin on retranche le dernier coefficient (-1,39) aux valeurs de y des quatrièmes trimestres.

B. Méthode empirique de détermination des composantes d'une SC :

Méthode des moyennes mobiles M_{mj}: Pour lisser (ajuster) une série, on peut remplacer les données brutes y_{ij}par des moyennes mobiles d'un ordre donné. L'ordre est déterminé par la périodicité. Dans notre exemple, on doit calculer des moyennes mobiles d'ordre 4 car nous avons 4 trimestres par an (p=4).

On a $y(t) = f(t) + s(t) + a(t)$. Si on suppose que $a(t)$, composante accidentelle est nulle, alors $y(t) = f(t) + s(t)$ et $s(t) = y(t) - f(t)$ et $f(t) = M_{mij}$. Ainsi $f(t)$représentant la tendance ou trend correspondra à la courbe des moyennes mobilesM_{mij}.

On calcule ces moyennes comme suit : on a 4 trimestres (nombre pair) :

$M_{m1} = {}^{({}^{y_1}/_2 + y_2 + y_3 + y_4 + {}^{y_5}/_2)}/_{4} = {}^{(\frac{3}{2} + 1 + 4 + 1{,}5 + \frac{6}{2})}/_{4} = {}^{11}/_{4} = 2{,}75$

$M_{m2} = \left(\frac{y_2}{2} + y_3 + y_4 + y_5 + \frac{y_6}{2}\right)\Big/_4 = \left(\frac{1}{2} + 4 + 1{,}5 + 6 + \frac{2{,}5}{2}\right)\Big/_4 = 3{,}313$, etc.

Tous les résultats sont cosignés dans le tableau suivant :

t_i	y_i	M_{mij}	$s(t) = y_{ij} - M_{mij}$	$y^*_{ij=y_{ij}-\grave{s}_j}$
1	3			0.836
2	1			2.805
3	4	2.75	1.25	2.7735
4	1.5	3.313	-1.813	3.086
5	6	3.75	2.25	3.836
6	2.5	4.313	-1.813	4.305
7	6	4.875	1.125	4.7735
8	4	5.438	-1.438	5.586
9	8	6	2	5.836
10	5	6.875	-1.875	6.805
11	9			7.7735
12	7			8.586
		//////	//////	//////

On calcule les coefficients saisonniers définitifs (s_j) à partir des résultats de la quatrième colonne s(t) ou S_{ij}. Nous allons calculer la moyenne par trimestre.

$s_1 = {(2{,}25 + 2)}/_2 = 2{,}125$

$s_2 = {(-1{,}813 - 1{,}875)}/_2 = -1{,}844$

$s_3 = {(1{,}25 + 1{,}125)}/_2 = 1{,}1875$

$s_4 = {(-1{,}813 - 1{,}438)}/_2 = -1{,}625$

Et $\sum s_j = (2{,}125 + 1{,}1875) - (1{,}844 + 1{,}625) = +3{,}3125 - 3{,}469 = -0{,}1565 \neq 0$.

On doit donc calculer les coefficients saisonniers définitifs corrigés $s_j^{'}$:

$s_j^{'} = s_j - \sum s_j/4$; $\sum s_j/4 = -{0{,}1565}/_4 = -0{,}039$ $(coefficient\ correcteur)$. On va donc retrancher cette valeur à tous les s_j.

$s_1^{'} = 2.125 - (-0.039) = 2.164.$

$s_2^{'} = -1.844 - (-0.039) = -1.805.$

$s_3^{'} = 1.1875 - (-0.039) = 1.2265.$

$s_4^{'} = -1.625 - (-0.039) = -1.586.$

Et la somme de ces coefficients est **nulle** (très proche de zéro). On peut alors calculer la dernière colonne du tableau qui donne les valeurs de y^*_{ij} (SCVS). On retranchera $s_1^{'}$ aux valeurs de $y(y_{ij})$ des premiers trimestres, $s_2^{'}$ aux valeurs de y des deuxièmes trimestres, $s_3^{'}$aux valeurs de y des troisièmes trimestres et enfin $s_4^{'}$aux valeurs de y des quatrièmes trimestres.

Remarque : on a supposé que la composante résiduelle ou accidentelle $a(t)$ était nulle tout au long de nos calculs. On peut maintenant l'estimer comme suit : $a(t) = y_t - \hat{y}_t$ ou
A $= y_{ij} - \hat{y}_{ij}$ ($\hat{y}_{ij}$ étant la série ajustée)
$\hat{y}_{ij} = M_{mij} + S_j$ ou bien $\hat{y}_{ij} = M_{mij} + \grave{S}_j$ (dans le cas où l'on a calculé les $\grave{S}_j$).
$\hat{y}_1 = M_{m1} + \grave{S}_3 = 2.75+1.2265 = 3.976$ (troisième trimestre de la première année).
$\hat{y}_2 = M_{m2} + \grave{S}_4 = 3.313 + (-1.586) = 1.727$ (quatrième trimestre de la première année).
$\hat{y}_3 = M_{m3} + \grave{S}_1 = 3.75 + 2.164 = 5.914$ (premier trimestre de la deuxième année).
$\hat{y}_4 = M_{m4} + \grave{S}_2 = 4.313 + (-1.805) = 2.508$ (deuxième trimestre de la deuxième année). Etc
Calculons la composante accidentelle A :
$A_1 = 4 - 3.976 = 0.024$
$A_2 = 1.5 - 1.727 = -0.227$
$A_3 = 6 - 5.914 = 0.086$, etc…….
Tous les calculs sont consignés dans le tableau suivant :

t_i	y_i	M_{mij}	$\hat{y}_{ij} = M_{mij} + \grave{S}_j$	$A = y_{ij} - \hat{y}_{ij}$
1	3			
2	1			
3	4	2.75	3.976	0.024
4	1.5	3.313	1.727	−0.227
5	6	3.75	5.914	0.086
6	2.5	4.313	2.508	−0.008
7	6	4.875	6.101	−0.101
8	4	5.438	3.852	0.148
9	8	6	8.164	−0.164
10	5	6.875	5.07	−0.07
11	9			
12	7			
		//////	//////	//////

Si le modèle était multiplicatif, on calculerait A comme suit :

A$= \frac{y_{ij}}{\hat{y}_{ij}}$ et $\hat{y}_{ij} = M_{mij} \times S_j$ ou $\hat{y}_{ij} = M_{mij} \times \grave{S}_j$.