Corrigé type Emd 1 mathématiques d'entreprise
S3 sciences économiques, Section "B"

Exercice n° 1 : 5 points

1) Identification des variables :

x_1 : nombre de grandes boîtes rouges à fabriquer 0,5

x_2 : nombre de petites boîtes jaunes à fabriquer 0,5

2) Les contraintes structurelles :

contrainte de volume de stockage : $20x_1 + 10x_2 \leq 4000$ 0,5

Contrainte de main d'oeuvre : $x_1 \leq 150$ 0,5

$x_2 \leq 200$ 0,5

3) Fonction objective :

$\text{Max } Z = 80x_1 + 30x_2$ 1

4) contrainte de positivité :

$x_1 \geq 0 \,;\, x_2 \geq 0.$ 0,5

Conclusion : on peut écrire le programme linéaire correspondant à ce problème de production des boîtes sous la forme mathématique suivant.

$$\text{Max } Z = 80x_1 + 30x_2$$

$$s/c \begin{cases} 20x_1 + 10x_2 \leq 4000 \\ x_1 \leq 150 \\ x_2 \leq 200 \end{cases}$$ 1

$$x_1 \geq 0 \,;\, x_2 \geq 0$$

Exercice n° 2 : 7 points

$$\text{Max } Z = 5x_1 + 4x_2$$

$$s/c \begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10 & \text{...... 1ère Contrainte} \\ -x_1 + x_2 \leq 3 & \text{...... 2ème Contrainte} \\ x_1 - x_2 \leq 2 & \text{...... 3ème Contrainte} \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0 \,;\, x_2 \geq 0$$

Sur un repère orthonormé, on représente les droites :

1ère Contrainte : $X_1 + 2X_2 = 10 \ldots (\Delta_1)$

X_1	0	2
X_2	5	4

0,5

2ème Contrainte : $-X_1 + X_2 = 3 \ldots (\Delta_2)$

X_1	0	-3
X_2	3	0

0,5

3ème Contrainte : $X_1 - X_2 = 2 \ldots (\Delta_3)$

X_1	0	2
X_2	-2	0

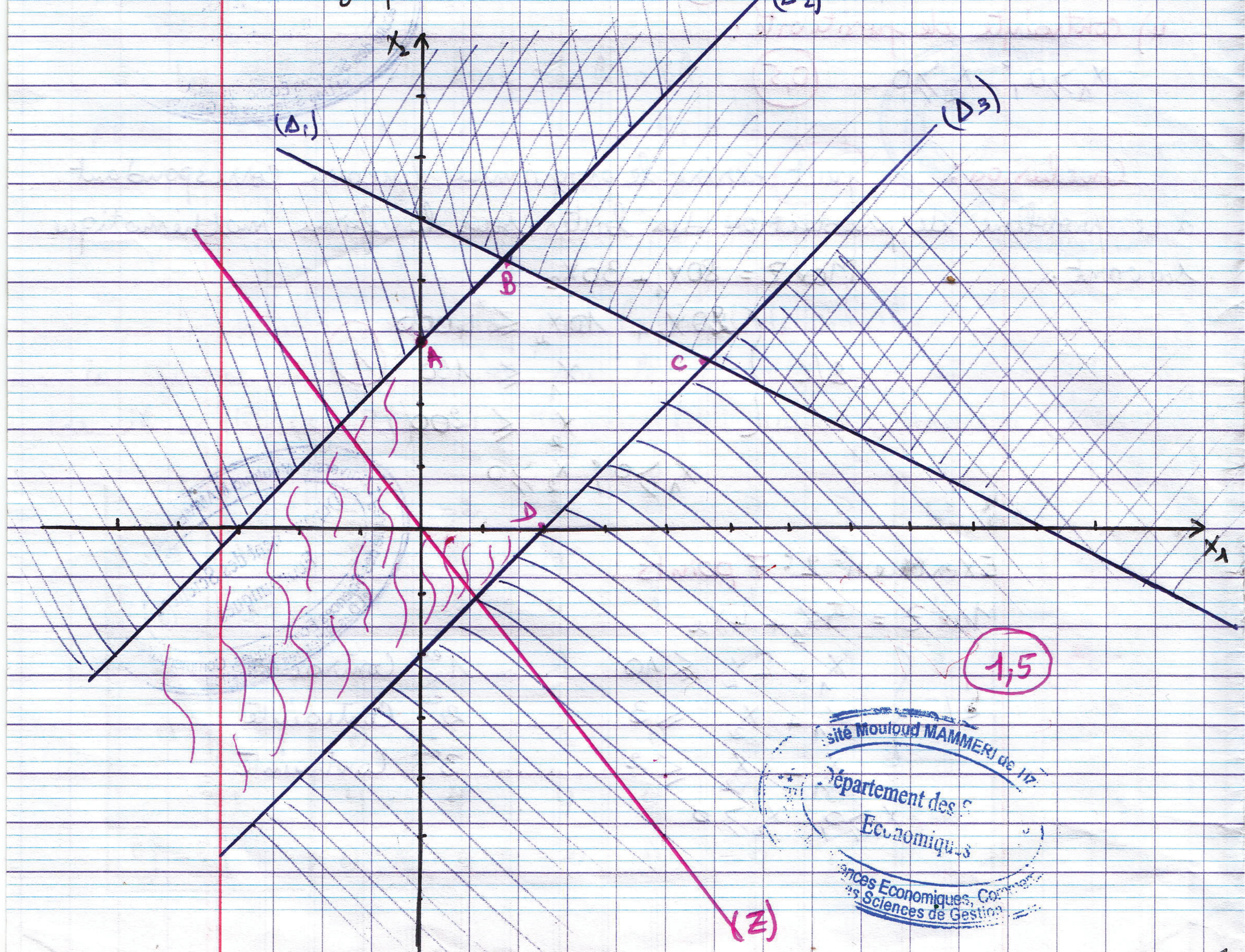
0,5

Fonction objective : $Z = 0 \Rightarrow 5X_1 + 4X_2 = 0 \ldots (Z)$.

X_1	0	4
X_2	0	-5

0,5

On obtient le graphe suivant :



1,5

La zone des solutions réalisables (l'espace non hachuré) est un polyèdre à quatre points extrêmes A, B, C et D (0,5)

En glissant la droite (Z) en parallèle dans le sens positif, le dernier point extrême à atteindre est le point "C" qui represente le point de solution optimale. (1)

Cherchons les coordonnées du point "C" qui est l'intersection entre (Δ_1) et (Δ_3) : $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 10 & \dots (1) \\ x_1 - x_2 = 2 & \dots (2) \end{cases}$

(1) (2) $\Rightarrow 3x_2 = 8 \Rightarrow \boxed{x_2 = \frac{8}{3}}$ (1)

(2) $\Rightarrow x_1 - \frac{8}{3} = 2 \Rightarrow \boxed{x_1 = \frac{14}{3}}$ alors $C\left(\frac{14}{3}, \frac{8}{3}\right)$.

Si on remplace ses coordonnées dans la fonction économiques, on trouve $Z = 5\left(\frac{14}{3}\right) + 4\left(\frac{8}{3}\right) \Rightarrow Z = 34$.

Conclusion :

La solution optimale est : $x_1^* = \frac{14}{3}$ $x_2^* = \frac{8}{3}$

$Z^* = 34$. (1)

Exercice n°3 : — 8 points.

1. Ecriture de P.L sous forme standard :

$\text{Max } Z = 4x_1 - 2x_2 + 2x_3$

$$S.C \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + S_1 = 6 \\ x_1 + x_2 + x_3 + S_2 = 2 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 + S_3 = 4 \end{cases}$$

(1,5)

$x_1, x_2, x_3 \geq 0 ; S_1, S_2, S_3 \geq 0$

2- Le tableau initial de