

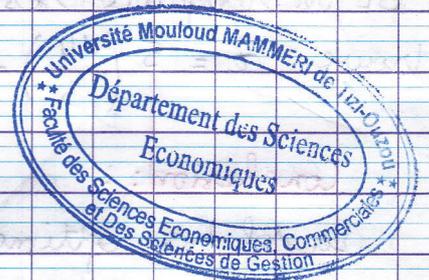
| | C_j | 4 | -2 | 2 | 0 | 0 | 0 | B_i | b_i/a_{i1} |
|-----|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------------------------------------|
| CVB | VB | x_1 | x_2 | x_3 | s_1 | s_2 | s_3 | | |
| 0 | s_1 | 1 | -1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 6 | $6/1 = 6$ |
| 0 | s_2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 2 | $2/1 = 2$ |
| 0 | s_3 | 2 | 2 | 1 | 0 | 0 | 1 | 4 | $4/2 = 2$ |
| | Z_j | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $Z=0$ | $\text{Min } \frac{b_i}{a_{i1}} > 0$ |
| | $C_j - Z_j$ | 4 | -2 | 2 | 0 | 0 | 0 | | 1 |

$\text{Max } (C_j - Z_j) > 0$

3. La solution de base réalisable :

pour $Z=0$

$$\begin{aligned} x_1 &= 0 & s_1 &= 6 \\ x_2 &= 0 & s_2 &= 2 \\ x_3 &= 0 & s_3 &= 4 \end{aligned}$$



4. la solution optimale par la méthode simplexe :
 la solution de base trouvée par le 1^{er} tableau n'est pas optimale car il existe $(C_j - Z_j) > 0$. Il nous faut un autre tableau (itération)

| | C_j | 4 | -2 | 2 | 0 | 0 | 0 | b_i |
|-----|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| CVB | VB | x_1 | x_2 | x_3 | s_1 | s_2 | s_3 | |
| 0 | s_1 | 0 | -2 | 0 | 1 | -1 | 0 | 4 |
| 4 | x_1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 2 |
| 0 | s_3 | 0 | 0 | -1 | 0 | -2 | 1 | 0 |
| | Z_j | 4 | 4 | 4 | 0 | 4 | 0 | $Z=8$ |
| | $C_j - Z_j$ | 0 | -6 | -2 | 0 | -4 | 0 | |

$$a_{12} = -1 - \frac{1 \times 1}{1} = -2$$

$$a_{32} = 2 - \frac{2 \times 1}{1} = 0$$

$$a_{13} = 1 - \frac{1 \times 1}{1} = 0$$

$$a_{33} = 1 - \frac{2 \times 1}{1} = -1$$

$$a_{15} = 0 - \frac{1 \times 1}{1} = -1$$

$$a_{35} = 0 - \frac{2 \times 1}{1} = -2$$

$$b_1 = 6 - \frac{2 \times 1}{1} = 4$$

$$b_3 = 4 - \frac{2 \times 2}{1} = 0$$

tous les $(c_j - z_j)$ sont négatifs ou nuls, alors: la solution trouvée dans le deuxième tableau est optimale:

$$x_1^* = 2$$

$$s_1^* = 4$$

$$x_2^* = 0$$

$$s_2^* = 0$$

$$x_3^* = 0$$

$$s_3^* = 0$$

$$z^* = 8$$

→ Si l'étudiant choisit la variable s_3 comme variable sortante: 1^{er} tableau de simplexe



| c_j | | 4 | -2 | 2 | 0 | 0 | 0 | b_i | b_i/a_{i1} |
|-------|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------------|
| CVB | VB | x_1 | x_2 | x_3 | s_1 | s_2 | s_3 | | |
| 0 | s_1 | 1 | -1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 6 | $6/1 = 6$ |
| 0 | s_2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 2 | $2/1 = 2$ |
| 0 | s_3 | 2 | 2 | 1 | 0 | 0 | 1 | 4 | $4/2 = 2$ |
| | z_j | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | |
| | $c_j - z_j$ | 4 | -2 | 2 | 0 | 0 | 0 | | |

Min b_i/a_{i1} → 2

$$\text{Max}(c_j - z_j) > 0$$

Il existe $(c_j - z_j) > 0$, alors: la solution n'est pas optimale, il nous faut une autre itération (2^{ème} tableau).

2ⁱⁿ tableau

| C_j | | 4 | -2 | 2 | 0 | 0 | 0 | b_i |
|-------------|-------|-------|-------|---------------|-------|-------|----------------|-------|
| CVB | VB | x_1 | x_2 | x_3 | s_1 | s_2 | s_3 | |
| 0 | s_1 | 0 | -2 | $\frac{1}{2}$ | 1 | 0 | $-\frac{1}{2}$ | 4 |
| 0 | s_2 | 0 | 0 | $\frac{1}{2}$ | 0 | 1 | $-\frac{1}{2}$ | 0 |
| 4 | x_1 | 1 | 1 | $\frac{1}{2}$ | 0 | 0 | $\frac{1}{2}$ | 2 |
| Z_j | | 4 | 4 | 2 | 0 | 0 | 2 | $Z=8$ |
| $C_j - Z_j$ | | 0 | -6 | 0 | 0 | 0 | -2 | |

tous les $(C_j - Z_j)$ sont négatifs ou nuls, alors la solution est optimale:

$$\begin{aligned} x_1^* &= 2 \\ x_2^* &= 0 \\ x_3^* &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s_1^* &= 4 \\ s_2^* &= 0 \\ s_3^* &= 0 \end{aligned}$$

$$Z^* = 8$$

$$a_{12} = -1 - \frac{2 \times 1}{2} = -2$$

$$a_{22} = 1 - \frac{2 \times 1}{2} = 0$$

$$a_{13} = 1 - \frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$a_{23} = 1 - \frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$a_{16} = 0 - \frac{1 \times 1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$a_{26} = 0 - \frac{1 \times 1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$b_1 = 6 - \frac{4 \times 1}{2} = 4$$

$$b_2 = 2 - \frac{4 \times 1}{2} = 0$$

