Partie II :

Exercice 01 : 7,25 pts

$U = \frac{1}{2} x^2 y^{\frac{1}{2}}$.

$P_x = 40$, $P_y = 20$, $R = 1600$

1° équilibre du consommateur :

Prog. du C^eur : $\begin{cases} \text{Max } U = f(x,y) \\ S/c \ R = P_x X + P_y y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \max U = \frac{1}{2} x^2 y^{\frac{1}{2}} \\ S/c \ 1600 = 40X + 20y. \end{cases}$ 0,5

La fonction de Lagrange : $L(x,y,\lambda) = \frac{1}{2} x^2 y^{\frac{1}{2}} + \lambda(1600 - 40x - 20y)$ 0,5

Conditions du 1^er ordre :

$\frac{\partial L}{\partial x} = 0 \qquad x y^{\frac{1}{2}} - 40\lambda = 0$ ——— ① 0,75

$\frac{\partial L}{\partial y} = 0 \Rightarrow \frac{1}{4} x^2 y^{-\frac{1}{2}} - 20\lambda = 0$ ——— ② 0,75

$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \qquad 1600 - 40x - 20y = 0$ ——— ③ 0,75

$①/② \Leftrightarrow \frac{x y^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{4} x^2 y^{-\frac{1}{2}}} = \frac{40}{20} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{x}{2}$ ——— ④ 0,5

on remplace ④ dans 03, on obtient : $1600 - 40x - 20\left(\frac{x}{2}\right) = 0$

$x = 32$ unités. 0,5

on remplace x par sa valeur dans 04 : $y = 16$ unités 0,5

d'l'équilibre $(x,y) = (32, 16)$