1ère Années Section E. Module : Statistique 2

Corrigéé-type EMD 02

Ex ①: 19,75 / 20 1

① (4)

- f_{51} → c'est une fréquence partielle de type $f_{ij} = \frac{n_{ij}}{N}$

$f_{51} = \frac{n_{51}}{N} = \frac{20}{2000} = \boxed{01\ \%}$

c'est la proportion d'ménages qui dépensent moins de 30000 et qui, en même temps, touchent entre [200 - 400[10^3 DA.

- $f_{4/5}$ (i fixé) → c'est la fréquence conditionnelle de type $f_{j/i} = \frac{n_{ij}}{n_{i.}}$

(4)

$f_{4/5} = \frac{n_{54}}{n_{5.}} = \frac{20}{173} = \boxed{11,56\ \%}$

c'est la fréquence conditionnelle de y selon $x = x_5$. c'est le % d'ménages qui dépensent entre [70 - 100[parmi ceux qui touchent entre [200 - 400[DA / mois.

- $f_{2.}$ → c'est la fréquence marginale de type : $f_{i.} = \frac{n_{i.}}{N}$

→ $f_{2.} = \frac{n_{2.}}{N} = \frac{607}{2000} = \boxed{30,35\ \%}$

c'est le % d'ménages qui touchent entre [60 - 100[DA quelle que soit leurs dépenses.

- $f_{3/4}$ (j fixé) → c'est une fréquence conditionnelle de type $f_{i/j} = \frac{n_{ij}}{n_{.j}}$

$f_{3/4} = \frac{n_{34}}{n_{.4}} = \frac{171}{410} = \boxed{41,71\ \%}$

c'est la proportion d'ménages qui touchent un revenu entre [100 - 160[DA parmi ceux qui dépensent [70 - 100[DA.

2- La dépense moyenne des ménages.

C'est la moyenne marginale de y

$$\bar{y} = \frac{\sum y_j \, n_{\cdot j}}{N} = \frac{112895 \;\; \cancel{225790}}{2000} = \cancel{\;} \;\; \cancel{112,9 \cdot 10^3 \text{ DA}}$$

$$\boxed{56,45 \cdot 10^3 \text{ DA}}$$

0,2 0,2 0,2

Dépenses	y_j	$n_{\cdot j}$	~~$y_j\, n_{\cdot j}$~~	$y_j\, n_{\cdot j}$
0-30	15	423	[illegible]	6345
30-50	40	492	~~39360~~	19680
50-70	60	547	~~65640~~	32820
70-100	85	410	~~69700~~	34850
100-200	150	128	~~38400~~	19200
Σ	-	2000	~~225790~~	112895

0,2 0,2

3- Le revenu moyen des ménages par dépenses entre [70 - 100[

C'est la moyenne conditionnelle de x selon $y = y_4$.

$$\bar{x}_j = \frac{\sum x_i \, n_{ij}}{n_{\cdot j}} \Rightarrow \bar{x}_4 = \frac{\sum x_i \, n_{i4}}{n_{\cdot 4}} = \frac{55920}{410}$$

0,2 0,2

$$\boxed{\bar{x}_4 = 136,4 \cdot 10^3 \text{ DA}}$$

0,2

Revenu	x_i	n_{ij}	$x_i n_{ij}$
0-60	30	0	0
60-100	80	87	6960
100-140	120	171	20520
140-200	170	132	22440
200-400	300	20	6000
Σ	-	410	55920
		$n_{\cdot 4}$	

④- [illegible] moyenne [illegible] pour tranche [60-100[:

On la moyenne conditionnelle de y selon $x = x_2$

$$\bar{y}_i = \frac{\sum y_j n_{ij}}{n_{i\cdot}} \Rightarrow \bar{y}_2 = \frac{\sum y_j n_{2j}}{n_{2\cdot}} = \frac{31005}{607}$$

Dép.	y_j	n_{ij}	$y_j n_{ij}$
0-30	15	118	1770
30-50	40	114	4560
50-70	60	288	17280
70-100	85	87	7395
100-200	150	0	0
Σ	-	607	31005
		$n_{2\cdot}$	

$$\boxed{\bar{y}_2 = 51{,}08 \cdot 10^3 \text{ DA}}$$

4

⑤ - Proportions :

3

a/- On a la fréquence partielle de type $f_{ij} \equiv f_{52} = \frac{n_{52}}{N}$

$= \frac{15}{2000} = \boxed{0,75\%}$

b/- On a la fréquence marginale de type $f_{\cdot j} \equiv f_{\cdot 1} = \frac{n_{\cdot 1}}{N}$

$= \frac{423}{2000} = \boxed{21,15\%}$

c/- On a la fréquence conditionnelle de type $f_{j/i} \equiv f_{3/3}$ (i fixé)

$= \frac{n_{33}}{n_{3\cdot}} = \frac{133}{443} = \boxed{30,02\%}$

d/- Fréquence conditionnelle de x selon $y = y_5$ .. de type $f_{i/j} \equiv f_{4/5}$

$= \frac{n_{45}}{n_{\cdot 5}} = \frac{24}{128} = \boxed{18,75\%}$

e/- On a la fréquence partielle de type :

$\frac{n_{11} + n_{12} + n_{13} + n_{14} + n_{21} + n_{22} + n_{23} + n_{24}}{N}$

$= \frac{1098}{2000} = \boxed{54,9\%}$

Ex 2 : $\boxed{05/05\,p}$

Pdt	2020		2022		$p_{20}q_{20}$	$p_{20}q_{22}$	$p_{22}q_{20}$	$p_{22}q_{22}$
	p_{20}	q_{20}	p_{22}	q_{22}				
A	60		80		480	360	640	480
B	20		45		300	160	675	360
C	120		150		4800	1440	6000	1800
Σ	-	-	-	-	5580	1960	7315	2640

1 - Indices des px élémentaires ; base 100 en 2020 :

A/ : $i(A)_{22/20} = \frac{80}{60} = \boxed{1,33}$

B : $i(P)_{22/20} = \frac{45}{20} = \boxed{2,25}$

C : $i(P)_{22/20} = \frac{150}{120} = \boxed{1,25}$

2 - Calculer les qtés q_{20} et q_{22} :

En 2020 :

A) - $p_{20}q_{20} = 60 \cdot q_{20} = 480 \Rightarrow q_{20} = \frac{480}{60} \Rightarrow \boxed{q_{20} = 8}$

B) - $p_{20}q_{20} = 20 \cdot q_{20} = 300 \Rightarrow q_{20} = \frac{300}{20} \Rightarrow \boxed{q_{20} = 15}$

C) - $p_{20}q_{20} = 120 \cdot q_{20} = 4800 \Rightarrow q_{20} = \frac{4800}{120} \Rightarrow \boxed{q_{20} = 40}$

- En 2022 : 6

A/- $p_{22} \cdot q_{22} = 80 \cdot q_{22} = 480 \Rightarrow q_{22} = \frac{480}{80} \Rightarrow \boxed{q_{22} = 6}$

B/- $p_{22} \cdot q_{22} = 45 \cdot q_{22} = 360 \Rightarrow q_{22} = \frac{360}{45} \Rightarrow \boxed{q_{22} = 8}$

c/- $p_{22} \cdot q_{22} = 1800 \Rightarrow q_{22} = \frac{1800}{150} \Rightarrow \boxed{q_{22} = 12}$ 0,75

③- Laspeyres et Paasche des prix formules simplifiées :

Laspeyres :

$L^{p}_{22/20} = \frac{\Sigma p_{22} q_{20}}{\Sigma p_{20} q_{20}} = \frac{7315}{5580} \Rightarrow \boxed{L^{p}_{22/20} = 1,31}$ 0,7

Paasche :

$P^{p}_{22/20} = \frac{\Sigma p_{22} q_{22}}{\Sigma p_{20} q_{22}} = \frac{2640}{1960} = \boxed{1,346 \simeq 1,35}$ 0,75

④- Indice valeur globale

$i(V)_{22/20} = \frac{\Sigma p_{22} q_{22}}{\Sigma p_{20} q_{20}} = \frac{2640}{5580} = \boxed{0,47}$ 0,7

⑤- Laspeyres des prix / formule dérivée :

$L^{p}_{t/0} = \Sigma a_0 \, i(p)_{t/0} \Rightarrow L^{p}_{22/20} = \Sigma a_{0} \left(i(p)_{22/20} \right)$ 0,25

	$i(P)_{22/20}$	a_{20}	$a_{20}(i_{22/20})$	$a_{20} \cdot i(P)_{22/20}$
A	1,33	0,086	0,1140	0,114
B	2,25	0,054	~~0,07~~ 80	0,1215
C	1,25	0,860	0,404	1,075
Σ	-	1 (0,2)		1,3105 (0,2)

0,75

$$\boxed{L^{P}_{22/20} = 1,31}$$

Ex (3) ; 05/05 p

(1)_ Exprimer en termes d'indices :

~~En 2019 : $t_x = +10\% = 0,1 \Rightarrow i_{19/18} =$~~

$$t_x = \left(\frac{V_t}{V_0} - 1\right) \cdot 100 \Rightarrow \frac{V_t}{V_0} = \frac{t_x}{100} + 1 = i_{t/0}$$ 0,2

En 2019 :

$$t_x = +10\% = 0,1 \Rightarrow i_{19/18} = 0,1 + 1 = \boxed{1,1} = i_{19/18}$$ 0,2

En 2020 :

$$i_{20/19} = \frac{6}{100} + 1 = 1,06 \Rightarrow \boxed{i_{20/19} = 1,06}$$ 0,2

En 2021 : $i_{21/20} = \frac{-2}{100} + 1 = -0,02 + 1 = 0,98 \Rightarrow \boxed{i_{21/20} = 0,98}$ 0,2

En 2022 : $i_{22/21} = \frac{3}{100} + 1 = 1,03 \Rightarrow \boxed{i_{22/21} = 1,03}$ 0,2

8

② _ Indice de l'évol de la période :

$i_{22/18} = i_{22/21} \cdot i_{21/20} \cdot i_{20/19} \cdot i_{19/18}$ 0,2

$= 1,03 \cdot 0,98 \cdot 1,06 \cdot 1,10 = 1,17696$ 0,2

$\boxed{i_{22/18} = 1,177 \simeq 1,18}$ 0,2

③ _ L'indice de la période 2010 _ 2018 :

$i_{18/10} = ?$ $1,18 = i_{22/18}$

2010 2018 2022

$i_{22/10} = 3,68$

$i_{22/10} = i_{22/18} \cdot i_{18/10}$ 0,2 $\Rightarrow i_{18/10} = \frac{i_{22/10}}{i_{22/18}}$ 0,2 $= \frac{3,68}{1,18}$ 0,2 $= 3,12$

$\boxed{i_{18/10} = 3,12}$ 0,2

④ _ Les indices : $i_{18/22}$ et $i_{10/18}$:

$i_{18/22} =$ 0,2 $\frac{1}{i_{22/18}} = \frac{1}{1,18}$ 0,2 $= 0,847 \simeq \boxed{0,85}$ 0,2

$i_{10/18} = \frac{1}{i_{18/10}} = \frac{1}{3,12} = \boxed{0,32}$ 0,2

⑤ _ Taux de cr. moyen : 2018 _ 2022 :

$TAM = \sqrt[n]{\frac{V_t}{V_0}} - 1$ 0,1 $= \sqrt[4]{i_{22/18}} - 1 = \sqrt[4]{1,18}$ 0,2 $- 1 = 1,042 - 1$

$0,042 = \boxed{04,2\%/an}$ 0,2

Ex ① $\boxed{05{,}75/5}$

9

x_i	y_i	xy	x_i^2	y^2
2	58	116	4	3364
6	105	630	36	11025
8	88	704	64	7744
8	118	944	64	13924
12	117	1404	144	13689
16	137	2192	256	18769
52	623	5990	568	68515

$\bar{x} = 8{,}7 \to \bar{x}^2 = 75{,}7$

$\bar{y} = 103{,}8 \to \bar{y}^2 = 10774{,}4$

$\overline{xy} = 998{,}3$

$\overline{x^2} = 94{,}7$

$\overline{y^2} = 11419{,}2$

1. Droite de regres de Y en X :

$y = ax + b$

$$a = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\cdot\bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} = \frac{998{,}3 - \overbrace{(8{,}7)(103{,}8)}^{903{,}06 \simeq 903{,}1}}{94{,}7 - 75{,}7} = \frac{\overset{95{,}2}{\cancel{903{,}06}}}{19}$$

$a = 5{,}01 \to \boxed{a \simeq 5}$

$b = \bar{y} - a\bar{x} \Rightarrow b = 103{,}8 - 5(8{,}7) \Rightarrow \boxed{b = 60{,}3}$

$\boxed{y = 5x + 60{,}3}$

2/ Evaluation de la correlat° :

c'est à dire calculer le coef de correlat° (r) :

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\cdot\bar{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y} = \cancel{95{,}2}$$

10

$$\delta x = \sqrt{V(x)} = \sqrt{19} = 4,4$$ 0,2

$$\delta y = \sqrt{(11419,2 - 10774,4)} = \sqrt{644,8} = 25,4$$ 0,2

$$r = \frac{95,2}{(4,4)\cdot(25,4)} = \boxed{0,85} \simeq \boxed{0,9}$$ 0,2 0,2

$r \to 1 \Rightarrow$ corrélation forte 0,2

1 ③ - Pour déterminer le pourcentage de dépendance de x et y il faut calculer le coef de détermination (r^2) :

$$r^2 = (r)^2 \cdot 100 = (0,85)^2 \cdot 100 = \boxed{72,25\%}$$ 0,2 0,2 0,2

$$\text{ou } (0,9)^2 \cdot 100 = \boxed{81\%}$$

cela veut dire que le CA sont liés à 72,25% (ou 81%) du nombre d'habitants des villes de localisation. 0,2

0,5 ④ - Si le nombre d'habitants de la ville est de 2000.000 Hab le CA serait : $y = 5(20) + 60,3 = \boxed{160,3 \cdot 10^5 \text{ Ems}}$ 0,2 0,2