

partie 1 : 15 min 12 points

1°) a - une productivité moyenne du facteur travail croissante signifie

que l'efficacité d'utilisation du facteur travail est croissante.

ce qui veut dire qu'il y a peu d'unités du facteur travail par rapport au facteur capital

b - un plan de production est dit efficace s'il est impossible de produire plus d'out put avec les mêmes quantités d'input ou autant d'out put avec des quantités moindres d'input

c - un TMS décroissant en descendant le long d'un isoquant signifie qu'en descendant le long d'un isoquant, le producteur possède plus de travail et moins de capital. ce qui veut dire qu'il a besoin de plus en plus d'unités du facteur travail pour remplacer ce manque de capital

d - A long terme, d'autres entreprises pénètrent le marché, attirées par le profit ponctif réalisé par les entreprises en place à court terme.

l'arrivée de ces nouvelles entreprises fait augmenter l'offre

globale et le cours d'offre globale se déplace vers le bas. Ainsi le prix d'équilibre diminue jusqu'à atteindre le minimum du coût moyen à long terme et cette diminution du prix est exclusivement responsable de la disparition du profit

e - sous cette zone 3, il y a trop d'unités du facteur travail

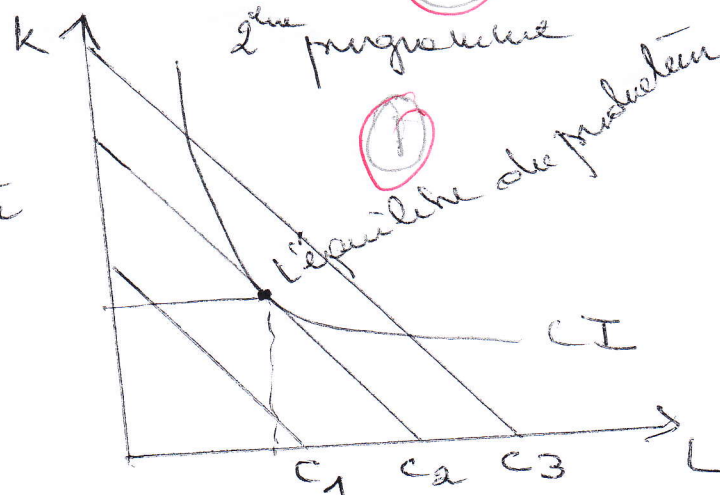
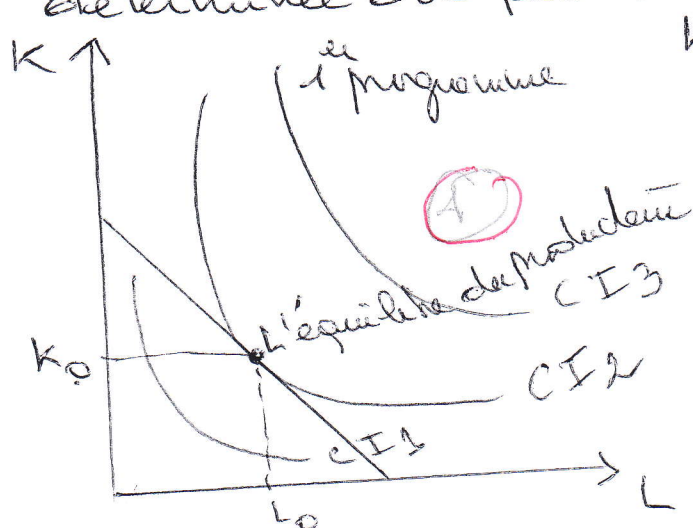
par rapport au facteur capital, mais la production diminue

par conséquent c'est une zone de gaspillage pour l'entreprise parce qu'elle paie des travailleurs en plus pour voir sa production diminuer

a) Les deux programmes alternatifs d'un producteur rationnel sont :

1^{er} programme : Déterminer les quantités d'input (L_0, K_0) qui lui permettent de maximiser son output sous dépense en coût de production donnée (3,5)

2^{ème} programme : Déterminer les quantités d'input (L_0, K_0) qui lui permettent de produire une quantité bien déterminée d'output au moindre coût (3,5)



partie 2 (2,00 points)

Exo 1 : $f(L, K) = 4L^{\frac{3}{2}}K^{\frac{1}{2}}$ $P_L = 120^{DA}$ $P_K = 10^{DA}$ $X = 512$ unités
 1^{ère} question : pour déterminer ce coût minimal, ce producteur doit résoudre le programme de minimisation sous contrainte suivant :

$$\begin{cases} \text{minimiser } CT = 120L + 10K \\ \text{sous contrainte que : } 4L^{\frac{3}{2}}K^{\frac{1}{2}} = 512 \end{cases}$$

La méthode utilisée est la méthode de Lagrange

1^{ère} étape : $V(L, K; \lambda) = CT + \lambda(4L^{\frac{3}{2}}K^{\frac{1}{2}} - 512)$
 $= 120L + 10K + \lambda(512 - 4L^{\frac{3}{2}}K^{\frac{1}{2}})$

2^{ème} étape : $\frac{\partial V}{\partial L} = 120 - 6L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{1}{2}}\lambda$ $\frac{\partial V}{\partial K} = 10 - 2L^{\frac{3}{2}}K^{-\frac{1}{2}}\lambda$

3^{ème} étape : $\frac{\partial V}{\partial \lambda} = 512 - 4L^{\frac{3}{2}}K^{\frac{1}{2}} = 0$
 $\frac{\partial V}{\partial L} = 0 \Rightarrow \begin{cases} 120 - 6L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{1}{2}}\lambda = 0 & \text{--- (1)} \\ 10 - 2L^{\frac{3}{2}}K^{-\frac{1}{2}}\lambda = 0 & \text{--- (2)} \\ 512 - 4L^{\frac{3}{2}}K^{\frac{1}{2}} = 0 & \text{--- (3)} \end{cases}$

(0,175)

4^{me} étape = $\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{120}{10} = \frac{6L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{1}{2}}}{2L^{\frac{3}{2}}K^{-\frac{1}{2}}}$

$\Rightarrow 12 = \frac{3K^{\frac{1}{2}}K^{\frac{1}{2}}}{L^{\frac{3}{2}}K^{-\frac{1}{2}}}$

$\Rightarrow \frac{3K}{L} = 12$

$\Rightarrow 3K = 12L$

$\Rightarrow \boxed{K = 4L}$ qui est remplacé dans (3)

$512 - 4L^{\frac{3}{2}}(4L)^{\frac{1}{2}} = 0 \Rightarrow 512 - 4L^2 = 0$

$\Rightarrow 512 - 4L^2 = 0$

$\Rightarrow L^2 = \frac{512}{4} = 128$

$\Rightarrow \boxed{L = 8}$

$K = 4L \Rightarrow \boxed{K = 32}$

La combinaison d'input qui permet à ce producteur de produire cette quantité au moindre coût est $M(8, 32)$

Le coût minimal est $CT = 120(8) + 10(32) = 960 + 320$

$CT = 1280$

2- pour déterminer l'équation du sentier d'expansion, il suffit de résoudre l'équation suivante: $\frac{P_{ML}}{P_{MK}} = \frac{P_L}{P_K} \Rightarrow \frac{6L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{1}{2}}}{2L^{\frac{3}{2}}K^{-\frac{1}{2}}} = \frac{120}{10}$

du raisonnement précédent (question 1), on déduit que l'équation du sentier d'expansion du producteur est: $\boxed{K = 4L}$

L'équation est sous forme linéaire $y = ax$, donc le sentier est une droite qui passe par l'origine

EX 02: 25pts $CT_A = 4x^3 - 24x^2 + 50x + 128$ $CT_B = x^3 - 8x^2 + 320$

1. * L'entre prise A se situe à court terme parce que le coût total est composé d'un CFT qui est indépendant de la quantité produite x (12) et d'un CVT qui dépend de la quantité produite x ($CVT = 4x^3 - 24x^2 + 50x$)

$CT = CVT + CFT$

* L'entre prise B se situe à long terme parce que tous les coûts sont variables et dépendent de la quantité produite x .

$CT = f(x)$

2. a) l'entreprise A doit vendre ce bien au prix du marché ($p = 302$ u)
 parce qu'elle est un marché de CPP, l'entreprise est "prix Taker"
 elle doit s'aligner sur le prix fixé sur le marché

b. l'entreprise A se situe à court terme et les règles de maximisation du profit à court terme sont :

1^{re} règle : $\Pi' = 0 \Leftrightarrow dRT - dCT = 0$ $dRT = d(K \cdot p) = p$
 $dCT = C_{ma}$

$\Leftrightarrow p - C_{ma} = 0$

$\Leftrightarrow \boxed{C_{ma} = p}$ le coût marginal doit être égal au prix du marché

2^{ème} règle : $\Pi'' < 0 \Leftrightarrow d^2RT - d^2CT < 0$ $d^2RT = dp = 0$
 $d^2CT = dC_{ma} = C'_{ma}$

$\Leftrightarrow 0 - C'_{ma} < 0$

$\Leftrightarrow -C'_{ma} < 0$

$\Leftrightarrow C'_{ma} > 0$ le coût marginal doit être croissant

pour déterminer la quantité qui maximise le profit de l'entreprise A il suffit de trouver la quantité de x pour laquelle les deux conditions d'équilibre sont vérifiées :

1^{ère} condition : $C_{ma} = p \Leftrightarrow 12x^2 - 48x + 50 = 302$

$\Leftrightarrow 12x^2 - 48x - 252 = 0$

$\Delta' = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac \Leftrightarrow \Delta' = (-24)^2 + 12(252)$

$\Leftrightarrow \Delta' = 3600$

$x_1 = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{\Delta'}}{a} \Leftrightarrow x_1 = \frac{24 - 60}{12} = -\frac{36}{12} = -3$ rejette parce que $x < 0$

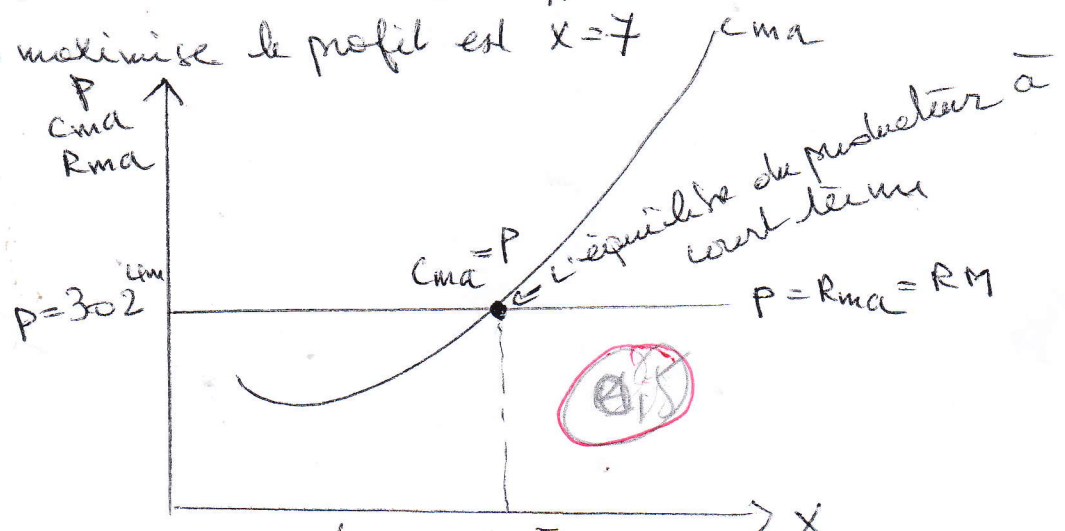
$x_2 = \frac{-\frac{b}{2} + \sqrt{\Delta'}}{a} \Leftrightarrow x_2 = \frac{24 + 60}{12} = \frac{84}{12} = 7$

2^{ème} condition : $C'_{ma} > 0$

$C'_{ma} = 24x - 48$

$C'_{ma}(x=7) = 24(7) - 48 = 168 - 48 = 120$ effectivement $C'_{ma} > 0$

la quantité qui maximise le profit est $x = 7$



3. * L'entreprise A se situe à court terme et elle doit fermer ses portes lorsque le prix du marché est au dessous du seuil de Fermeture (SF)

$$SF = \min CVM \quad CVM = \frac{CVT}{X} = 4x^2 - 24x + 50$$

Ce CVM atteint son minimum lorsque $CVM' = 0$ et $CVM'' > 0$

$$CVM' = 0 \Leftrightarrow 8x - 24 = 0 \quad CVM'' = 8 \text{ effectivement } CVM'' > 0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x = 3}$$

$$SF = CVM(x=3) = 4(3)^2 - 24(3) + 50 = 14$$

$$SF = 14 \text{ um}$$

cette entreprise doit fermer ses portes si le prix du marché $p < 14 \text{ um}$

- * L'entreprise B se situe à long terme si le prix du marché est égal au minimum du coût moyen à long terme $p < \min CM_{LT}$

CM_{LT} atteint son minimum lorsque $CM'_{LT} = 0$ et $CM''_{LT} > 0$

$$CM_{LT} = \frac{CT_{LT}}{X} \Leftrightarrow CM_{LT} = x^2 - 8x + 40$$

$$CM'_{LT} = 0 \Leftrightarrow 2x - 8 = 0 \quad CM''_{LT} = 2 \text{ effectivement } CM''_{LT} > 0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x = 4}$$

$$P = CM_{LT}(x=4) = 4^2 - 8(4) + 40 = 16 - 32 + 40 = 24$$

$$P = 24 \text{ um}$$

L'entreprise B doit fermer ses portes si le prix du marché $p < 24 \text{ um}$

- 4 - lorsque $x < 4$, le CM_{LT} diminue lorsque la production augmente et on dit que l'entreprise a réalisé des économies d'échelle

- 5 - le profit réalisé par l'entreprise B

$$\pi = RT - CT \Leftrightarrow \pi = 24(4) - (4^3 - 8(4)^2 + 40(4))$$

$$\Leftrightarrow \pi = 96 - 96$$

$$\pi = 0$$

